流体応力・波動・熱概念の能動的深い探究

ー学制 150 年の実相・教訓・再創生によるー

小林昭三*1・興治文子*2
Email: kobayasiakizo@gmail.com

*1：新潟大学教育学部
*2：東京理科大学教育支援機構教職教育センター

◎Key Words　Graf の浮力背理の解明，ICT 活用アクティブ・ラーニング，学制 150 年の教訓と再創生

1.　はじめに

コロナ禍中でも対面と遠隔とを結合した併用型でのアクティブ・ラーニング（AL）型科学授業に於いて，科学の簡易実験も実現するような教材の開発が望まれている。更に，高速な無線情報化の進展が著しい，５G 時代に至っている今日には，最新の無線 ICT 環境を最大限に活用した AL 型教育法の新展開の可能性が大きく開かれている。そうした科学教育開発の事例を，流体・波動・熱学などの分野で試みてきている。より深い概念形成を可能にする ICT 活用アクティブ・ラーニング（AL）授業の新展開を試行した授業研究事例の報告をする。その際，コロナ禍中でも可能な自宅学習に於ける手作り・ホームメイド簡易実験機材開発と活用とによる，その新展開を目指した。

特に，100 円ショップ等での手軽で安価な素材を活用した簡易実験的アクティブ・ラーニング法の進展を期待できるような実例の蓄積などの成果を得て来た。その身近に入手可能で手軽に工作可能な資材で，親しみ深い簡易実験装置を作成して，その簡易実験機器・装置を活用した「流体・波動・熱分野の家庭的で簡易な実験装置作り」の実践例を基づく授業展開例の紹介や実例の報告をする。

これは，コロナ禍中での遠隔学習教材の開発・能動的深い学び・探究授業の具体化した実践の報告でもある。

本年 2022 年は 1872（明治 5）年学制発布 150 年に当る。実は，その学制以来の「流体・波動・熱学などの分野における物理筆記や授業記録を読み解いて来たが，その新時代を画した明治期に於いて，こうした分野の日本的な簡易実験開発と活用による日本型授業の進展には，世界的に見ても先端的新展開があったと確認する事ができた[1]。

日本の学制 150 年に於ける科学教育の進歩・停滞・教訓の実相を読み解き，科学教育史的な観点から，歴史的にも貴重な経験や教訓などを読み解いてきた[1]。その史的価値ある教材を，ICT /AI 時代に於ける新たな可能性・必要性に応えるように「現代的に再構成・再創成する」観点での，AL 型教育法の新展開と再創生の試行を報告する。

今回は，流体力学分野における「E. H. Graf の浮力背理」の問題点の AL 型授業[1, 2]への新たな展開を目指し，それを流体力学分野に焦点化して，核心部の抜本的な解明と見做せる論理的かなめの解決の具体化に重点化する。

アルキメデスからガリレイ・トリチェリー・パスカルへとその流体力学分野は科学革命的な大転換を遂げた[1,2,3]。

特に，流体中で受ける圧力や浮力の本質理解の変遷に関する点では，マッハ力学[3] の流体静力学的な批判的発展史の著述に，特筆すべき論点や指摘を見出し得る。これ等を土台にして，静力学に潜む「アルキメデスの原理とパスカルの原理との相互関連性と新概念的発展内容」の解明が不可欠となろう。そうした流体圧や浮力をめぐるパラドックス的な論点を幅広く再検討しその進展を期そう。

２．E. H. Graf の浮力背理的誤謬の解読と解明

最初に，E. H. Graf による「アルキメデスのパラドックス（背理）」核心部を紹介し誤謬点を解読・解明する[1,2]。

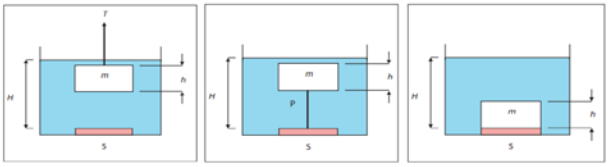

Fig. 1. The block is suspended in the fluid. The scale S reads $F_A = \rho gHA$. The magnitude of the suspending force T is $(mg - \rho ghA)$, the apparent weight of the block.

Fig. 2. The block is balanced on the pin P. Now scale S reads $F_A = \rho gHA + (mg - \rho ghA)$. The block's apparent weight is obtained by subtracting the quantity ρgHA from F_A.

Fig. 3. The block now rests directly on S. Scale S still reads $F_A = \rho gHA + (mg - \rho ghA)$. The apparent weight of the block is the same as it is in Fig. 2.

図 1. Graf の着底物体の「見かけの重量」の測定手順[2]

E. H. Graf は対象物体が水底で静的に釣り合った状態にある時に，その「見かけの重量の測定法」を詳細に論じている。彼は，下記の３手順の測定法に基づいて，水底に着底した物体でも一般的な水中の「見かけの重量」の測定と全く同様に，次の様な定義が可能だと主張した。特に，「アルキメデスの原理は着底しても成り立つ」と，Graf は浮力のパラドックス的な主張の正当性を論じた[2]。

2.1 物体の見かけの重量を上図 1,2 の実験計測で定義

①水中に物体を沈め，水底のスケール（秤）上に着底させて（物体をスケールに糊付してもよい）測定値を記録する。
②着底物体をスケールの上から除いてその上が水だけの時のスケール目盛値（秤のゼロ目盛基準値）を記録する。
③上記の２手順のスケール値の差から物体の「見かけの重量値」を得る。即ち，測定値１，２の差が，着底物体の「見かけ重量」が真重量より減少した分を浮力と定義した。即ち，Graf は「①と②の秤目盛りの差」なる「則定操作手順」で水中物体の見かけ重量と浮力を定義した[2]。

更に，この①～③による「見かけの重量」の定義は，空中での物体の「リアル」な重量をはかる手順とも同一であり，これはとても自然な「見かけの重量の定義」だ，と Graf は主張した。このようにして，水中での着底状態でもアルキメデスの原理は，常に成り立つ。という明瞭な実験操作によって，着底状態でもアルキメデスの原理と等しい，水を押し退けた重量分が減少した「見かけの重量」変化を測定するが故に「着底しても常に同一浮力がある」，とアルキメデスの原理の着底状況への拡張を主張した。

更に，Graf は，比重<1 の場合には，見かけの重量は負になるが，物体を秤に糊付けか・物体を糸で秤に引くかで，水中に沈むようにすることで，物体が押しのけた水量に

相当する浮力を①②の差として測定したと強調する[2]。

こうしたGrafの論理展開は，実は，垂直方向の1次元的な固体の対象物を1次元的水固体（氷）の同体積部と置き換えた際の測定手順でも，重量目盛り差の減少で示し得る故に[1]固体でも同一の結論を得る展開だと見抜ける。

2.2 Grafの見かけ重量減少が浮力原因でない事例考察

上述のGrafの主張の問題点は，「一元的物体が固体水(氷)を押し退けて氷と置き換わる」前後の重量の差，即ち，垂直一次元方向で，「物体と氷との総重量は，押し退けた氷の分に相当する重量が減少することを確証する」という，固体世界での重量測定の場合と同じものだった[1]。その際に「下部の液体面からの上向きの圧力が浮力を生む」という流体特性を考慮する必要がない点に注意したい。

そのような「Grafの浮力のパラドックス」の矛盾点をすっきりと解消する方法，簡易実験検証法に基づく新たなAL型授業法の具体化と実践的な展開事例を報告する。

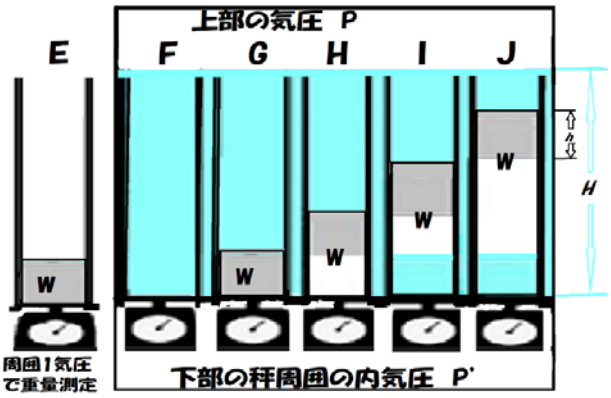

図2. 上下領域の圧力P,P'での吸盤型物体Wの重量秤

そこで，Graf流の重量測定操作の手順的な整理を，図2，に示した1次元的な測定条件の場合；図Eから図Jの異なる重量目盛りを列挙し重量値をより厳密に定義する。

①最初は真空中で，②1気圧大気圧中，③一般の気圧中で，秤による重量を測定する手順を，より厳密に定めよう。

簡単のために，対象とする吸盤型物体Wは上下の面積がS高さh，体積hSの直方体で，質量m，真空中での重量はmgである。図2は1次元的な正面図を図示したものだ。

（1）図Eのように，大気中での吸盤型物体Wの重量は，静止された摩擦の無い筒（固定され空間に静止）中で，ピタリはめ込んで，1気圧の大気圧中で，1次元的に秤の上にWを静止させ重量測定をする。重量は押しのけた大気重量分の浮力を受け軽くなる。大気密度ρ_0なら，大気中の見かけの重量は，$mg-\rho_0 hS$となる。比重1の水中で実際的な実験では，図3のような吸盤型物体（ペットボトルの先端を切る・円形で上部に丸みがある・内部に空間がある）であり直方体はその近似形である。大気による浮力は水の浮力の10^{-3}倍（1.293g/L）で3桁精度では無視出来る。図Eが真空中の重量なら，浮力ゼロで，mgとなる。

（2）図Fのように，水のみで満たされた筒中の底部に秤を設定して，固定され静止した筒（以下の全てで，計量する物体との摩擦が無視できるとする）内で，秤を設置して，**高さHの水柱の水重量を秤る際の重量となる。**しかし，密閉された上部部分の大気圧力Pと，物体の下部の秤のある空洞の大気が，水柱を上向きに圧する内気圧P'が，はかり上部の境界面でどうなっているかは特定されていない。吸盤を取ると水漏れがする時は，図FでGraf流の底部に設置した秤の零点値が静的に測れず定まらない。

水漏れを防ぐ秤の構造が不可欠だが，その際に秤と吸盤接点と大気圧とで接触応力と圧力を，どう分担して上部の水圧と大気圧を押し上げて静止させるか，で状況が異なる。

もしも，上下のPP'が真空の0値なら，密度ρの水の重量は（高さH，断面積S，体積HS）$=\rho HSg$と定まる。

（3）図Gは，固定された筒の底部に，体積hSの吸盤型物体を載せた時の重量を示す。秤を下向きに押す力は吸盤型物体Wの重量mg，上部の水は体積$S(H-h)$の総重量，$\rho gS(H-h)$と下向きの大気圧PS，上向きの内側からの大気圧の総和P'S'，ここで断面積S'（≪S）での内部圧力をP'のように仮定した。秤から物体に及ぼされる応力（固体同士の抗力）は，上記の力の総和を打ち消して吸盤物体をゼロ（静止）にする条件で定まるものである。従って，S'とP,P'がどうなるかで，内気圧P'と秤のシリコン密閉部の接触面積の応力と吸盤内圧力との分担（総和は不変）が様々に変化する。実際値は一方が定まれば他方が解る。

（4）HIJの場合もこれと全く同様な議論で，秤が吸盤物体に及ぼす応力（固体同士の接触抗力）が吸盤内圧P'と内圧領域S'が定まれば，接触面積の応力が定まる。

2,3 吸盤型測定物体と秤との接触応力・抗力の測定法

上述の測定法では，上下の密閉空間の外と内の気圧の詳細が定まる。吸盤型物体と秤の表面間で作用しあう応力の詳細が定まる。それが真空である場合には，吸盤型物体と測りの表面間で作用しあう応力は明確に固体同士の接触応力として，吸盤物体への力の釣り合いから定まる。従って，以下では，図3の様な，吸盤物体と秤の方面での小穴を通じた吸盤内の内圧と接触応力で論述しよう。

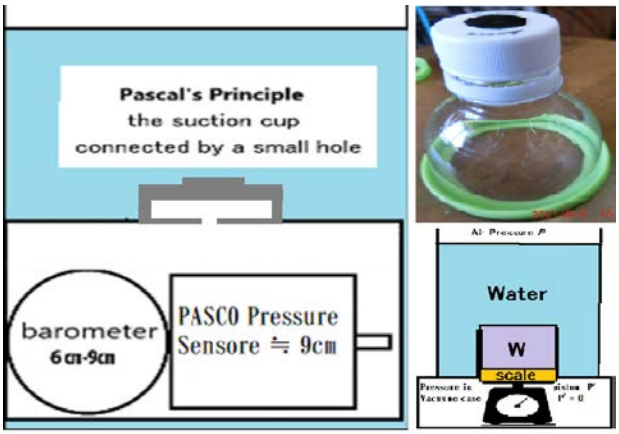

図3. 圧力計・PASCO無線圧力計で圧力測定と秤での接触抗力測定の際に吸盤型物体と秤上部との接触構造の詳細

図3の左側には，吸盤の下部に小さい穴が開いていて，その下に圧力計を設置できる広さの小部屋を設けて，コンピュータに無線で吸盤内外の圧力値を送りグラフ表示し，圧力計の目盛りを見て吸盤が分離する際の圧力を見ることができる。右上がその吸盤を示し，下のWは吸盤が張り付いた秤の上部を示す。その張り付いた吸盤内の圧力変化も小穴を通じてつないだビニール管の先に小部屋を設ければ，図3の左の測定器で同様に測定できよう。

以上の様にして，圧力計やPASCO無線圧力計で圧力測定を行い，その圧力を変化させるとともに，秤の目盛りに，刻々とその接触抗力の変化が視覚化されよう。つまり，はかりの接触抗力測定の際に，図3のような，吸盤型物体と秤の上部の接触構造が，力の視覚化で威力を発揮する。

3. Graf 浮力の真相は吸盤物体が秤に及ぼす接触抗力と小穴を通じ作用する吸盤内大気圧力の総和

Graf の実験操作手順（特別な前提条件）で比較して，置き換えた分だけ軽くなった理由「置き換えた重量変化」は流体を固体に替えて成り立つ加え減じる質量保存則だ。

それが「下部からの水圧が全く無しでも浮力が生じる」との Graf の虚言が，疑い難く見抜き難い所以であった。

そのトリックを見抜けば，流体圧のより深い概念形成が可能になろう。その様な観点に立つ分析を深めて，Graf 背理の核心部を鮮明に解明する論理を，以下に示そう。

3.1 吸盤物体と秤との固体的接触抗力をどうはかる？

図２で，水を比重１の固体に替えても Graf 背理手順は成立する。固体世界でも生じる「秤上での物体入れ替えに於ける垂直一次元的な重量の保存則」に起因する故，着底部で，物体下部から流体圧なしでも成立する。以下では秤と吸盤との接面の構造を図３の特定な吸盤構造に単純化して，水溶液の簡易実験として論証論する。図２の E から J のケース毎に，「Graf 背理の真相」を検証する。

（1）図２の筒 G 内の秤上の水の重量と筒 F 内の水と対象物 W の重量とを引き算して比較すると，体積 hS の水を同体積の吸盤物体 W で置き換えた分になり，その質量差の分だけ軽くなる。これは流体の水が同じ比重の固体に置き換えると，重量保存則により「置き換えた分の重量変化分，軽くなるからで，液体か固体かで相違は生じない。物体の総重量保存則の帰結なのだ。①見かけ重量減少の Graf 定義は，重量保存の別表現で着底では浮力と無縁だ。②針で支える抗力ケースは，対象物体の周囲全体が水で囲まれたと仮定して浮力相当分減少した重量で支え，対象吸盤下に水が入り物体 W 下の全表面が水に囲まれ浮力を生む極限は図 2G でない。針先点での接触部応力で W を静止させる，Graf 図１中央への特殊な極限状態なのだ。③しかし正反対の極限もある。吸盤内が眞空ポンプで真空になった場合で，上向きの水圧はゼロで，シリコンの接触面の断面積（S-S'）での応力が，全上向きの抗力を生じる極限で対象物を底部に静止させる抗力=吸盤シリコンシール部と秤の上面との接触面の応力となる。吸盤内が眞空極限になると上向き圧ゼロの真空状態の極限である。④もしも，吸盤内の大気圧の真空度が下ると吸盤と秤上面間の吸着力も弱まる。吸盤内圧の増で秤目盛りは減少する。固体吸盤接触応力と吸盤内圧力の総和は不変だが。⑤吸盤の内部に水が入る場合でも④と同じように吸盤内部の大気圧分が上向き浮力を生む部分の核心部である。

Graf 背理の矛盾解明学習は有益な AL 的課題研究を生む。

従って，吸盤内の大気圧とその体積や水が入る時の変化，のような条件の変化により，上向きの圧力と接触部の応力，押しのけた水の体積と浮力との関係の追及などは興味深い。閉じた境界面の上からの基準圧値から水深と共に増加する流体圧値（=パスカルの原理）と，全重量の保存則，等の基本法則を駆使するＡＬ型授業を構成する。

以上の様に，測定する対象物体を上下や左右に囲む閉じた領域毎に，液体や気体の流体は異なる最小基準値からの深さ圧(大気≒等圧)が定まる事。吸盤物体では吸盤シリコン境界で分割された上下の領域毎の基準値から圧が定まること。吸盤への上向力は流体圧と接触固体応力の合力であり，（気体と水の領域からの）吸盤上部境界での下向圧力と自重力(mg)に釣り合って，吸盤は静止している事。固体的な接触面的応力を大気圧や水圧との分担＝総和は不変。に基づいて，いずれかの測定値を求めれば，他方が定まる。というような基本や本質を論じてきた。

しかし，水圧や大気圧には横や，斜めの壁に吸着させる吸盤吸着に関する興味深い現象がある事にも注目したい。自宅で簡易実験装置の作成が可能で，上部・壁部斜面部などで多様な吸着現象を学ぶ，ＡＬ授業プランを考察する。

①自宅でも実現可能な安価で明快な定性的な簡易実験。
②流体圧の深い概念形成を生む定量的な検証実験。

の二段階の実験検証での AL 型授業法（定性から定量へ）を考慮した概念形成の手順を考慮した展開を論述する。

4．アルキメデスの原理からパスカルの原理へ

アルキメデスの原理からパスカルの原理に至る科学革命では，何時・何処で・何を・誰が・如何に発見したか？

ルネッサンス期には，活気に満ちた仕事場・炭鉱などで，ガリレイやトリチェリーやパスカル達が，ポンプで水を吸い上げる高さに限界（水 10m 水銀 76 cm）がある事を伝聞し，圧力を下げ得る極限・最小状態が眞空であることを発見したことで，流体力学の革命がもたらされた[1,3]。

地球上の様な重力が存在する世界では，流体圧はその深さにのみ依存して，同一の深さでは同圧となる。大気や水や水銀などは重量を持つ流体なので，その流体圧は同一の高さで等しい圧を及ぼし合う。そこに細管を通じさせ，圧力測定装置（水銀柱の高さ・圧力計・圧センサー）により，その圧力を測定できる。そうした測定法を「パスカルの原理」として確立した。

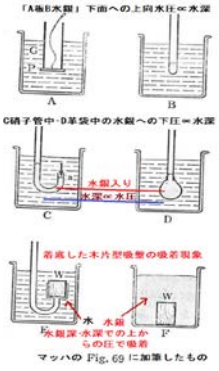

図4. パスカルの検証実験

その 3 次元的な断面の圧力概念として，物体を囲む周囲の圧力の総和，特定方向への圧力差，垂直方向の浮力・圧力差による吸着や分離や落下現象などを生じさせる。というような，パスカルの原理での重大革新が次々と実現した。図４はその興味深い流体圧力をめぐる「パラドックス的な現象」に関する「パスカルが提起した興味深い鍵実験」の例示なのである。

4.1 自宅で出来る簡易実験用の手作りの教具と機器

パスカルは，その図４の A と B のように，水圧や水銀圧による下部からの水圧差で筒の下部に吸着／宙づり（筒内の下部に静止する水銀球）に出来るという，パラドックス的な現象（押し上げる板や水銀柱を工夫）を考察・提示して「深さと水圧を如何に視覚化できるか」提示した。

図４の C と D では，水圧が水銀柱を押し上げる様子と水銀入り皮袋の水圧での圧縮で水銀上昇を例示した。

更に，図４の E と D では，円筒柱勘中に丁度ハマる「木片が大気入りの U 字ガラス管の右上部の円筒内にハメ込む着底状態，及び同様に下部に水銀を侵入させない吸盤構造で着底させた木片は浮上しない（無浮力）事などを的確に示し，底部に吸着する実験的検証例を提示した。

パスカルは着底物体のパラドックスにも注目し核心を視覚化し深い理解の実験を我々は工夫した。着底壁の下辺を物体上横辺の流体から隔離して上向き流体圧を消せば，浮力が消える事を簡潔に実証した。マッハ力学で称賛

した[3]。「液体を研究している時現れたパラドックスはさらに深い思索をうながす刺激となった」。「空気静力学上の諸発見は沢山驚くべき新事実を与えてくれたからそれから生まれた知的刺激はどの方向に向かっても決して過小評価されるべきない」とのマッハ指摘の具現化を，我々は期してきた。パスカルのパラドックス的な流体圧の視覚化を教訓にし，前述の様な Graf の逆理の検証と解明を果してきた。更に，それを史的価値ある教材の現代的な再構成として，手作り吸盤・真空ポンプ・吸盤圧着容器・手作り簡易実験・流体圧の現代的視覚化実験等の AL 授業プランを作り，数年来の課題探究を実践した。

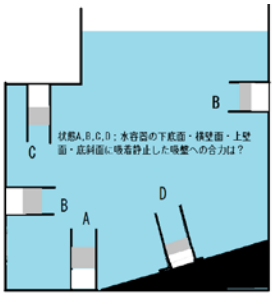

図 5. 着壁吸盤物体の A,B,C,D 状態

その AL 授業法展開の手順として次の問を起点とした。

(1)大気中のタピオカボトル上壁（図 5C 水なしに対応）に減圧吸盤が吸着静止した。吸盤はどんな力を受けるか？

(2) 真空ポンプで減圧された，図 5 の吸盤 A,B,C,D の様な吸着状態で，水の入った容器中の下底面・横壁面・上壁面・底斜面等に吸着静止させた。この状態 A,B,C,D に吸着した吸盤は，どの様な力で静止した状態になるか？

(3)図 5 の ABCD 状態の様に吸着した吸盤を外すには容器内圧力を「i 減圧する。ii 加圧する。」のどれか？

この実験は①安価・明快な定性的な簡易実験に位置づく。

これ等は，気体と吸盤の吸着面での圧力差の変化を，気圧計・PASCO の無線圧センサによって，前述したような，図 5 の実験計測法で視覚化する簡易実験の実現である。このような ICT 活用実験・観察・視覚化の工夫で，現代的な圧概念をより深め得る。更に，「(3) 吸着した吸盤を外す」事を簡易実験的に検証する。容器内圧力を減圧し吸盤を剝せるかとの安価で簡明明快な自宅実験を実現できた。

4.2 水入容器の底面・壁面・上面・斜面に吸着

更に，**「真空ポンプで減圧された図 5 の吸盤 A,B,C が水の入った容器の底面・壁面・上面・斜面に吸着静止した。A,B,C の状態で，吸盤はどの様な力を受けそこに静止しているか？」，を解明する簡易実験検証を次に行う。②定量的な実験的検証による，流体圧概念形成への AL に位置づく。**

水中での実験なので「気圧計・無線圧力センサ」が水没後も水に触れない様に，2 重ポリ袋で水からの隔離が不可欠だ。より注意深さが必要な定量段階に入る。その結果，水中での気圧計・センサの示す圧力が接近し，吸盤の内外の圧力差がある限度以下になった時に水が侵入する。

水中での大きな吸盤内ならセンサーや圧力計も入る。入らなければ管で通管して測る。大型の丸形や角形容器に水を入れ，底部や横壁部の場所に吸盤を吸着し，容器を減圧する時の圧変化を視覚化して，吸盤分離瞬間までの圧力変化を検証する。大型容器の底部に吸盤を吸着させ容器内圧を減圧すると，吸盤内に水滴がジワットと侵入し始め，更に減圧すると吸盤が分離しフワッと浮き上がる様子が観察できる。容器内の水圧が減少し吸盤を上から押す下向圧と吸盤内で吸盤を上向きに押す内圧とで，吸盤への重量を超える合力(浮力)を生む。その瞬間に吸着吸盤の隙間に水泡が侵入し，吸盤の剝離を生む。以上の様な実験が，吸盤を空中や水中の上壁，横壁，下壁，斜め壁等に貼り付けて，吸盤内圧と空気と水の容器との圧力差を刻々とセンサ表示で視覚化する実験観測を実現した。

5．おわりに

小川正孝の明治期以来の流体圧や波動や熱学をめぐる大ガノー書型の授業等の解読を進展させてきた[4,5]。旧制中学校(静岡や水戸)・高等中学校・師範学校等でのそうした分野の多様な新展開により，明治 20 年代にも，欧米の教育改革の流れと呼応した日本独自の面を交えた世界先端レベルの教育が実現した。しかし，ガノー・スチュワート・ゲージ型等の潮流の記述の紙幅は無い。

終に，パラドックス的課題解明が盛り上がった明治期授業の現代的再構成の試行，現代的簡易実験装置作りでの流体圧分野（波動熱学の分野は省略）の AL 型授業展開の実践的研究の成果，を 5 論点に整理し結語とする。

1．「排除した水の重量分を減じる浅い理解」のアルキメデスの原理の教育から「ガリレイ・トリチェリー・パスカル時代」の「壁面の減圧・流体圧の 3 次元面圧」による浮力・沈力・横力を視覚化し実験的検証に基づく AL 型探究型のより深い概念へとその応用とに達した。

2．流体の圧力は，深さに比例し，四方八方に及ぶ。流体分子の熱運動で境界面の圧力の及ぼし合いや熱的分子運動概念，等の圧概念形成への目標へ進展を探索した。

3．対象物の境界面では圧力差が境界面での流体と物体との力の及ぼし合う現場だ。密着吸盤が剝離する時の圧力差，圧力計や圧力センサーで視覚化体験を深めた。

4．圧力差を圧着弁等でギリギリ耐える接触応力での理解が，逆流阻止弁の原理として，実用的に応用する器具作りにつながる。吸盤・真空ポンプ作り，圧力差を活用した簡易実験モノ作り，などの「圧力概念形成と圧力概念の応用」を進め，AL 型授業形成体験を蓄積してきた。

5. Graf の浮力背理の有する誤謬性までも根本的に解明した。即ち，測定する対象物体を上下や左右に囲む閉じた領域毎に，流体（液体気体）は異なる最小基準値からの深さ（大気は等圧近似)で，吸盤物体では吸盤シリコン境界で分割された領域毎の基準値からの深さで，圧が定まる。吸盤への上向き力とは流体圧と接触固体応力の合力で，吸盤上部境界面への気体・水域の下向圧力と自重力(mg)の合力に釣り合うと，吸盤は静止するからだ。

謝辞:本研究は JSPS 科研費 21K02947，19H01711 及び，21K02890 によるものです。

参考文献

(1) 小林昭三，興治文子:授業筆記や学会誌等で解明する科学教育 150 年の史的新実相とその現代的再創成，2020PCC 論文集，CIEC，pp. 207-210(2020)，同:" Graf の浮力背理と流体圧力をめぐる能動的深い学び-明治期授業の解読による-"，2021PCC 論文集 PDF，pp. 189-192。

(2) Erlend H. Graf:" Just What Did Archimedes Say About Buoyancy"，Phys. T. 42，296 (2004)。

(3) E. マッハ著(1883)，伏見譲訳："マッハ力学"，pp. 7-111，講談社（1969)。マッハ力学史・岩野秀明訳(公論社）と同一。

(4) A. Ganot(1879)："Elementary Treatise on Physics Experimental and Applied for Use of Colleges and Schools"，Wood&Company。

(5) 小川正孝："物理筆記・化学筆記"，静岡尋常中学校講義の生徒・田中宗一郎による筆記（1893 年・明治 26 年以後)，小林研究室蔵。同:"物理学筆記第 1 号，第 2 号，第 3 号"，静岡尋常中学校講義の生徒・石川武平の筆記（1890 年・明治 23 年)，静中静高同窓会蔵。