

議論することを中心とした統計教育

—ヒストグラムの意味理解を目指して—

鵜沼拓也^{*1}

Email: takuya-u@akane.waseda.jp

*1: 東京都立両国高等学校附属中学校

◎Key Words 統計教育, ヒストグラム, 議論

1. はじめに

中学校学習指導要領数学編（平成29年告示）において「データの活用」の指導のねらいの一つとして「急速に発展しつつある情報化社会においては、確定的な答えを導くことが困難な事柄についても、目的に応じてデータを収集して処理し、その傾向を読み取って判断することが求められる。」として、「そのために必要な基本的な方法を理解し、これを用いてデータの傾向を捉え考察し表現できるようにすること」を挙げている。

渡邊(2014)は「等間隔の区間での集計を基にしたヒストグラムのみの取り扱いでは、ヒストグラムの縦軸の意味や、ヒストグラムにおける確率や割合の本来の意味が理解されない。ヒストグラムの縦軸は確率密度であり、確率や割合は面積として示されるものである。海外では区間幅が異なる集計表を扱い、度数に加えて度数密度の概念を導入し、この素地指導としている。」と指摘している。

これを踏まえて小林(2019)は階級幅の異なるヒストグラムを題材とした授業実践を行っている。その中で「既習である階級幅が一定のヒストグラムの認識を変容させ、度数や相対度数を柱の「高さ」ではなく「面積」で表すという認識に至るには、「柱の中に丸がいくつあるか」といった意味での柱の「密度」を表すイメージを有していることが決定的であることを明らかにした。」としている。

本研究ではヒストグラムの導入として小学校で扱ったドットプロットを扱うことで、ヒストグラムとドットプロットのつながりを意識したうえで単元の学習を進め、階級幅の異なるヒストグラムを単元評価として用いる。

2. 授業実践の概要

対象は公立中高一貫校の中学1年生160名中の80名である。4クラスの各クラスを習熟度別2展開としており、習熟度の高いクラス2クラスと低いクラスの2クラスが対象である。授業の実施時期は2024年1月中旬から2月中旬までで、単元全体の指導イメージは表1のとおりである。

表1 単元全体のイメージ

時数	内容
1	小学校で習った知識・技能を用いてデータを整理・分析する。
2	ドットプロットによるヒストグラムの導入
3	ヒストグラムと度数折れ線
4	相対度数と相対度数折れ線
5	階級幅の異なるヒストグラム

6

累積度数分布表, 累積相対度数

2.1 ドットプロットによるヒストグラムの導入

ドットプロットと柱状グラフ(ヒストグラム)については小学校6年生の算数科で扱われている。ここでは数量がいくつかある場合、平均を求めることで集団の特徴を掴もうとする。しかし、平均の値だけではデータのちらばりを知ることはできない。そこでドットプロット、度数分布表や柱状グラフ(ヒストグラム)を用いてちらばりを知ろうとする。渡邊(2014)は「(ヒストグラムと)ドットグラフでの密度と対応させること」を提案している。そこで小学校で扱ったドットプロットを復習し、ヒストグラムと関連させる指導を行った。整数値のデータをドットプロットで表す活動から始め、小数を含むデータを同様にドットプロットに表そうとする際に浮かび上がる問題点を整理した。また、散らばりが大きいデータを提示し、想定される問題点を挙げる。ここで挙げた問題点としては「数直線の日盛りを増やすことで数直線が長くなる」「点と点の距離が離れすぎて分かりにくい」といったものが想定される。そこでドットプロット上で別々の場所にプロットされている点の中で近くのをまとめる活動を行い、階級とヒストグラムの考え方を導入する。これらの活動により、ヒストグラムの柱の中に点が含まれるイメージを生徒の中につくろうとした。

2.2 ヒストグラムと度数折れ線

ヒストグラムの形状を比較するためにヒストグラムを折れ線で表そうとするを通して度数折れ線(度数分布多角形)をつくる。ここでは、ヒストグラムに対して「ヒストグラムを折れ線でつなぎなさい。」とだけ指示し、異なる意見から妥当な度数折れ線をつくることを目指した。異なる意見としては、折れ線の基準になる点と折れ線の始点終点に関しての異なる意見を想定した。折れ線の基準になる点としては、ヒストグラムの柱の長方形どの位置に点をとるかであり、「a.長方形の左上の頂点」、「b.長方形の上辺の中点」、「c.長方形の右上の頂点」の3通りを想定した。また、折れ線の始点終点に関しては、「A.高さのあるヒストグラムの柱を始点と終点とする」、「B.ヒストグラムの両端に高さ0の柱があるものとして始点と終点とする」の2通りを想定した。はじめに、折れ線の始点と終点をどこにとるかの違いを取り上げ、ヒストグラムの面積に着目させる。折れ線の基準となる点については、始点と終点を考えたときに、より誤差の少なくなるようにという生徒の意見を取り上げることによって結論を導く

うとした。

2.3 階級幅の異なるヒストグラム

小林の実践と同様に事前に生徒に月々のおこづかいの金額をアンケートで集め、その結果と全国の中学1年生のお小遣いの金額に関する調査結果を比較する。比較するデータは表2のとおりである。データを用いて階級幅の異なるヒストグラムを創出することができるかを単元評価と位置付けた。

表2 生徒に提示したデータ

階級(円)	度数(人)	度数(人)	相対度数	相対度数
	[全国]	[18期]	[全国]	[18期]
0 以上 1000 未満	86	59	0.43	0.43
1000 ~ 2000	52	25	0.26	0.18
2000 ~ 3000	24	27	0.12	0.20
3000 ~ 5000	21	19	0.11	0.14
5000 ~ 7000	17	6	0.09	0.04
計	200	136	1.00	1.00

3. 実際の授業実践

3.1 ドットプロットとヒストグラム

はじめに体育の授業で行った各チームのシュート数(図1)のデータをドットプロットで表す活動を行ったが、小学校で学習したドットプロットがどのようなものかが分からない生徒が半数ほど存在した。しかし、ドットプロットの例を見せたところ、学習したことがあるとすぐにドットプロットの作成を開始した。

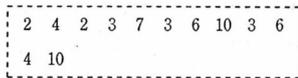


図1 ドットプロットで用いたデータ

142.7	164.7	158.8	146.2	162.9	155.1	157.3	171.8	160.6	167.8
136.4	161.3	148.3	169.1	141.2	157.8	151.3	167.5	142.6	154.0
151.5	163.8	156.9	159.9	170.8	145.1	170.3	159.7	167.0	147.3
153.8	163.1	150.9	138.5	164.2	159.3	152.0	171.5	162.2	146.9
152.4	158.4	143.5	156.2	169.6	166.3	154.7	168.4	157.5	161.8

図2 ヒストグラムで用いたデータ

次に、少数を含む身長データのデータ(図2)でドットプロットを作成する際の問題点を挙げた。その際のやり取りは表3のようであった。表中のTは教師を表し、Sは生徒を表している。

表3 ヒストグラムを導入するときのやり取り

発言者	発言内容
T	これをかこうとすると、まず、どうしなきゃいけないですか？
S	全部用意する。(目盛りを)
T	うん。全部用意する。1目盛りと1目盛りの間隔は？
S	0.1
T	ああ、0.1cmになりますね。0.1cmのメモリにしなきゃいけないですね。で、何目盛り用意すればいい？
S	2000弱くらい
T	2000弱？0からじゃなくてもいいんじゃないかな

	い？
S	140くらい？
S	ああ、え。140？(幅が)17cmくらいない？
T	130cm台いない？
S	いるいる。
S	だいたい400くらい？
T	ああ、だいたい400くらい。そう考えるとドットプロットって使いにくい？
S	使いにくい。
T	先生的には身長0.1cmって大して変わんない？何ならざっくりまとめてもよくない？

表3のようにして、ドットプロットを目盛りをまとめることを通してヒストグラムを導入した。

この実践では、ドットプロットとヒストグラムを関連づけ、ヒストグラムの柱の内部にドットプロットの点が存在しているイメージをつくることができた。図3のように、ドットプロットの点をまとめて表記しようとした生徒や図4のようにヒストグラムの内部に点が存在するイメージをかく生徒もいた。

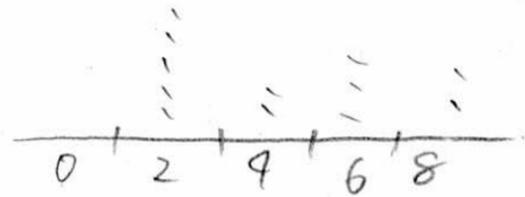


図3 ドットプロットをまとめたイメージ

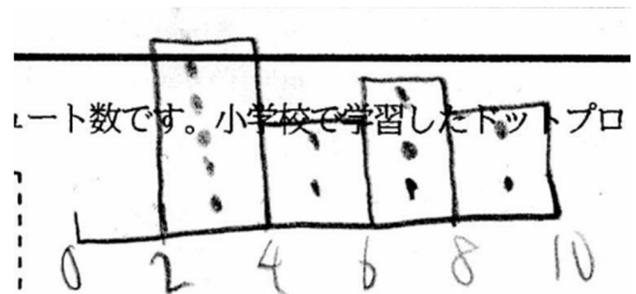


図4 ヒストグラムの内部に点が存在するイメージ

3.2 ヒストグラムと度数折れ線

ヒストグラムに対して折れ線をかかせたところ、ほとんどの生徒が図5のように、「b.長方形の上辺の midpoint」と「A.高さのあるヒストグラムの柱を始点と終点とする」の組み合わせでかいていた。図5は、想定していた解答の中では最も多いだろうと予想していたものであったが、ほぼ全員がこのように答えたため、教員側で「a.長方形の左上の頂点」「c.長方形の右上の頂点」について提示した。その際のやり取りを表4に示す。

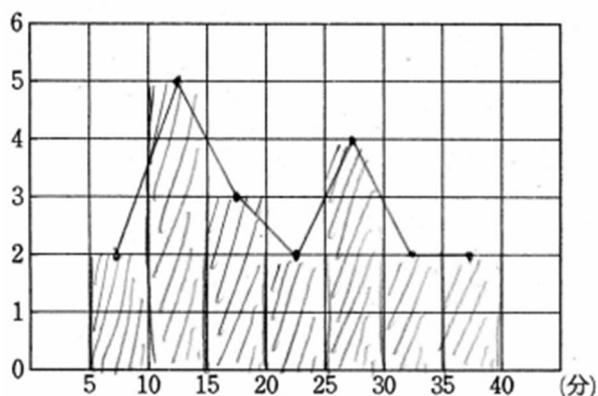


図 5 多くの生徒の解答

表 4 折れ線の基準をどこにするかに関するやり取り

発言者	発言内容
T	皆さん、真ん中を結びたがるんですね。
S	はい
T	え、なんで？
S	なんとなく
S	その間だから、例えば、5から10のところで5だったら5になっちゃう。
T	うんうん。これダメ？(図6)
S	ダメ。それは5から10の間じゃなくて5分の時間に。
T	じゃあ、真ん中だったら7.5分？
S	そうじゃなくて、これは範囲を表してる。真ん中とかじゃなくて範囲だから。5から10っていう範囲。
S	ぴったり線の上じゃなきゃどこでもいいと思う。
T	ぴったり線の上じゃなきゃ、あ、じゃあこっちでもいい？(図7)
S	あ。そう。5から10の間ならほんとに真ん中じゃなくても。
T	ああ、なるほどね。ぴったり角にあるかわかんないもんね。
S	それいったらキリがない。



図 6 教員の提示したスクリーン①



図 7 教員の提示したスクリーン②

表 4 のように、議論で結論を導くことは難しかった。そこで、ヒストグラムの柱はそもそも何だったのかに立ち戻った。その際のやり取りを表 5 に示す。

表 5 ヒストグラムが何だったか振り返るときのやり取り

発言者	発言内容
T	そもそもヒストグラムの柱って何？
S	範囲の度数
S	階級にいる数。
T	階級ごとの度数ね。その前は？ヒストグラムってどうやってつくったの？
S	ドットプロット
T	ドットプロットの点を？
S	棒に。
T	ドットプロットの点をざっくりまとめちゃおうって話だったよね。それで点をたくさんかくよりも四角形にしちゃおうってことだよ。
T	この中には点があるんじゃない？
S	ああ。点は範囲の中にある

このように、ただ、ヒストグラムはドットプロットによってつくられたものであることを振り返っても面積やそれに繋がる糸口を見つけることは難しかった。そこで教員側から面積へ着目させた。その際のやり取りが表 6 である。

表 6 面積に着目させたときのやり取り

発言者	発言内容
T	ここの三角形と同じ三角形がない？
S	ああ。ある。
T	こうしてみると。(図8)
S	だからカットされている部分に入れてあげる。
S	こうしてあげるってことだね。
T	そうすると。はじっこは？
S	そこはない。
T	こっちは？
S	絶対ない。ない。
S	ないじゃん。
T	え、ここだけこんなにカクッってしてるの？
S	はい。はい。
S	だってないからしょうがない。0はないからしょうがない。
T	ここは、実はかきます。
S	なんでなんで。なんでかくの？
T	これと一緒にじゃない。ここの0の真ん中を結んだら。ここ持ってきてるだけ。
S	それは埋めるためってことですか？
T	埋めるためっていうよりなだらかにする。

本実践においては、表 6 のように授業時間の関係で折れ線の始点と終点に関する議論は多くとることができなかったため、教員が教えるような形となってしまった。

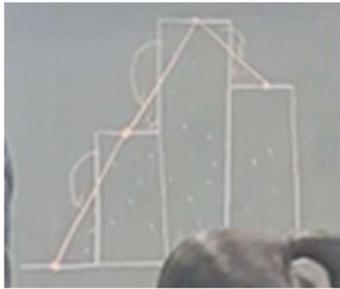


図 8 面積に着目させるために提示した板書

3.3 階級幅の異なるヒストグラム

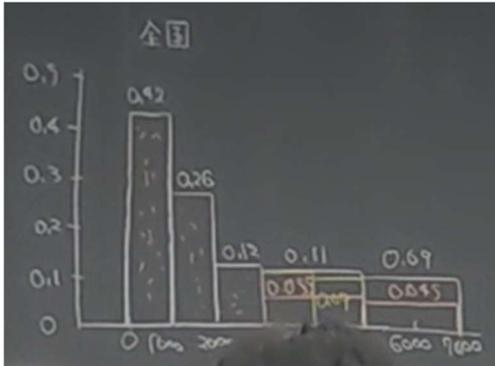


図 9 生徒の意見をまとめた板書

階級幅の異なるヒストグラムの創出については、自力解決の場面で図9のように3通りの意見がでた。3つの意見は、「①目盛りをとばさずに高さは数値通り」、「②目盛りをとばして高さは数値通り」、「③目盛りをとばさずに高さを半分」である。正解となるのは③であり、最終的にすべてのクラスが③の意見に集約された。

4. 考察

4.1 ドットプロットとヒストグラムを関連付ける授業に関する考察

生徒のやり取りの中からドットプロットに対する生徒の認知度が低かったことがわかる。ヒストグラムを中心とする本単元においてヒストグラムがどのように成り立っているのかわからない状態で学習が進んでいくのでは、ヒストグラムを作成する操作のみを伝達するような指導に陥る恐れがある。そのため、ヒストグラムとドットプロットの一体的な指導が必要と考えられる。

4.2 ヒストグラムと度数折れ線の授業に関する考察

ヒストグラムと度数折れ線は、今後、確率密度関数となることがなる。そのため、本実践ではヒストグラムの面積に着目させるための手段として、ヒストグラムの背景にドットプロットがあることを前提に、度数折れ線をつくる活動を取り入れた。しかし、生徒自身の力でヒストグラムの柱の高さから面積に着眼点を移すことはできなかったため、今後の指導の改善が必要と考える。

4.3 階級幅の異なるヒストグラムに関する考察

階級幅の異なるヒストグラムの創出については自力解決の場面で、①と②が本質的に同じであることに気が付かない生徒が多かった。視覚的な面積に気を取られ、実際

に長方形の面積を計算したらどのようなことになるかといったことが議論できるとヒストグラムの面積に対して本質的な理解に迫れるのではないかと考えられる。

5. まとめ

本実践では、ヒストグラムにおいて着目する部分が高さではなく面積であることへの理解を目指して、議論を中心とした指導を行い、その評価問題として、階級幅の異なるヒストグラムの創出を課した。その結果、全クラスにおいて階級幅の異なるヒストグラムの創出に成功した。しかし、度数折れ線を用いてヒストグラムの面積へ目を向けさせることは教師の働きかけがなければできなかった。今後さらなる指導の改善が必要となる。

参考文献

- (1) 文部科学省，“中学校学習指導要領解説 数学編”（2017）
- (2) 渡辺 美智子：“不確実性の数理と統計的問題解決能力の育成”，日本数学教育学会誌，第96巻，1号，pp.33-37(2014).
- (3) 小林 廉：“ヒストグラム本来の意味理解を促す学習指導に関する一考察-階級幅の異なるヒストグラムの創出する活動を通して-”，日本数学教育学会誌，第101巻，1号，pp.3-11(2019)