統計学の問題自動生成とその活用

大阪国際大学経営情報学部 石川高行
ishikawa@mis.oiu.ac.jp

1. はじめに

「統計学」のように数学的理解の積み重ねを必要とする講義科目は、毎週の講義で小試験を行って学生の理解度を調べることが重要である。

しかし、実際に毎週の講義で小試験を実施しても、友人の解答をそのまま写して提出する学生は少なくなく、かと言って「解き方を周りの学生と相談してはいけない」などと厳しくしてしまうと、些細な躓きがもとで最後まで解かずに諦めてしまう学生が多くなる。

そこで、学生には個々に別の問題を与え、「全問正解したらその場で帰ってよい (全問正解するまで帰れない)」 と告げて「統計学」の講義を行った。その問題作成の過程と講義実践の結果を報告する。

対象者は大阪国際大学経営情報学部で「統計学 I」の講義を受講している1年次生200人強 (2教室で実施しているため1教室あたり 100 人前後の出席者)、実施時期は2006年度前期である。

2. 問題の自動生成

2.1 何通りの問題を作るか

100 人の学生がいれば、100 通りの問題を作るのが理想的である。そうすることによって、他の学生の解答を写すことが不可能になるからである。

しかし実際には、学生に配布する印刷物の紙面や学生の答案の採点の手間などが原因で、100 人に 100 通りの問題を作ることは現実的ではない。

この講義では、当初は学生の学籍番号の下 1 桁によって解くべき問題を変えていた、即ち 10 通りの問題を作成していた。しかしこの方法では、学生は直に同じ下 1 桁の学籍番号を持つ同士で集まって答案を写すようになり、あまり効果的ではなかった。

そのため、12 通りの問題を作り (各問題には子(ね)から亥(い)まで干支の名前をつけてある)、各学生が解くべき問題は毎週の講義毎に異なるようにした (表 1, 2)。こうすることによって、学生が他人の解答を丸写しするために同じ問題があてられた他学生を探す手間が毎週発生し、殆どの学生は自力で問題を解くようになった。

2.2 もっともらしい度数分布を用意する

MS-Excel 上で2.0以上11.0未満の範囲の乱数がほしい場合、次のようにするのが一般的である (9 は範囲の幅、2 は範囲下限)。

```
=RAND() * 9 + 2
```

しかし、この式によっていくつもの乱数を生成した場合、その分布は平坦なものとなり、望ましくない。特に統計学は、世の中にある多くの分布は正規分布で近似してもよい、という考えを基に検定や推定を学んでいく科目であるから、そのような教育目標を達成するためにも、学生に提示される様々な例題や問題の分布は正規分布に近い方がよい。

そこで、正規分布に近い分布となるように入力すべき式は以下のようになる (6.5 は範囲の上限 11.0 と下限 2.0 の平均、2.5 は標準偏差)。

```
=NORMINV(RAND(), 6.5, 2.5)
```

この式を用いることによって、平均が 6.5 で標準偏差が 2.5 の正規分布に従う乱数が得られる (分布の山の裾が広すぎる場合は標準偏差 2.5 を更に小さな値にすればよい)。正規分布に従うため、2.0 未満や 11.0 以上の乱数がいくつか発生するが、これは手作業で調整するとよい。表 2 は、このようにして作られた乱数の分布を表にしたものであり、図 1 はこの分布をもとに学生に出題したものである (カタカナ部分が学籍番号によって異なる出題数値であり、ひらがな部分が解答すべき部分である)。

3. 問題の採点

100 人前後の出席者の解答を効率よく採点するには、そのための仕組みが必要である。効率よく採点できなければ、学生に「全問正解したらその場で帰ってよい (全問正解するまで帰れない)」と指示しても採点待ちの長蛇の列ができるだけである。

統計学の問題の大部分は数値を求める問題であり、解釈の余地・別解が発生しない問題を出題しておけ

00	卯	10	未	20	午	30	亥	40	辰	50	丑	60	未	70	丑	80	未	90	子
01	辰	11	巳	21	戌	31	寅	41	亥	51	未	61	子	71	寅	81	丑	91	丑
02	子	12	丑	22	卯	32	丑	42	丑	52	未	62	亥	72	子	82	丑	92	亥
03	午	13	子	23	子	33	酉	43	亥	53	寅	63	酉	73	亥	83	辰	93	子
04	寅	14	寅	24	卯	34	辰	44	寅	54	寅	64	辰	74	亥	84	亥	94	丑
05	寅	15	申	25	子	35	午	45	丑	55	卯	65	卯	75	卯	85	卯	95	未
06	丑	16	未	26	寅	36	寅	46	亥	56	丑	66	申	76	亥	86	丑	96	丑
07	申	17	未	27	午	37	卯	47	子	57	丑	67	未	77	亥	87	午	97	午
08	亥	18	子	28	戌	38	未	48	丑	58	丑	68	申	78	辰	88	卯	98	巳
09	子	19	寅	29	丑	39	辰	49	未	59	丑	69	午	79	子	89	午	99	申

表 1: 各学生が解くべき問題の割り当て

階級	子	丑	寅	卯	辰	巳	午	未	申	酉	戌	亥
2.0～2.9	2	3	1	1	3	3	5	3	2	2	2	3
3.0～3.9	11	8	7	9	3	9	4	5	7	8	2	10
4.0～4.9	10	4	14	7	14	16	17	13	13	14	14	14
5.0～5.9	19	19	11	16	20	20	19	17	20	17	20	18
6.0～6.9	17	26	18	18	21	21	21	21	19	22	24	19
7.0～7.9	20	19	28	27	19	15	14	15	17	15	20	12
8.0～8.9	11	12	14	7	13	7	10	20	16	13	10	15
9.0～9.9	7	5	5	8	3	5	8	3	4	8	6	5
10.0～10.9	3	4	2	7	4	4	2	3	2	1	2	4

表 2 : 12 通りの問題 (度数分布)

ば、丁寧に計算する学生なら最初から全問正解の状態の解答用紙を持って採点の列に並ぶ。問題の難易度にも左右されるが、約半数の学生はこのような全問正解の学生である。

こうした学生を効率よく採点するため、解答欄には 1 桁ずつ数字を書き込み、その数字を全て学生に合計させて、全問正解かどうかを判定している。図 2 は図 1 に対応した解答用紙であり、学生は各数字を行ごとに合計して右端の列に書き込み、それらを更に合計して「総計」の欄に書き込む。

「総計」の欄が間違っている場合、各数字が正しいかどうかを個別に採点する。問題を解く途中の計算式も解答欄に含まれているため、個別の数字の採点によって学生は「自分がどこまで理解しているか」を知ることが出来る。

この方式の解答用紙で採点できるのは数値だけであるため、「この度数分布表を元にヒストグラムを描け」といった非数値型の問題は別途出題し採点している。

次のグループ分けされたデータについて問いに答えよ。

階級	階級値 x	度数 f	$f\cdot x$	累積度数
2.0〜2.9	2.45	[ア]		
3.0〜3.9	3.45	[イ]	$\underbrace{\square\square}_{こさ}.\underbrace{\square\square}_{しす}$	
4.0〜4.9	4.45	[ウ]		$\underbrace{\square\square}_{てと}$
5.0〜5.9	5.45	[エ]		$\underbrace{\square\square}_{なに}$
6.0〜6.9	6.45	[オ]		$\underbrace{\square\square}_{ぬね}$
7.0〜7.9	7.45	[カ]		
8.0〜8.9	8.45	[キ]		
9.0〜9.9	9.45	[ク]		
10.0〜10.9	10.45	[ケ]		
計 / 平均		$\underbrace{\square\square\square}_{のはひ}$	$\underbrace{\square\square\square}_{せそた}.\underbrace{\square\square}_{ちつ}$	

(1) 各階級の $f\cdot x$ を合計すると $\underbrace{\square\square\square}_{せそた}.\underbrace{\square\square}_{ちつ}$ になる。データは全部で $\underbrace{\square\square}_{のは}0$ 個あるから、平均は $\underbrace{\square}_{ひ}.\underbrace{\square\square}_{ふへ}\cdots$ となる。

(2) モード（最頻値）は、最も度数が多い階級の階級値であるから、$\underbrace{\square}_{ほ}.45$ となる。(2 つ以上のモード=最頻値があった場合、小さい方を書くこと。)

(3) このデータのメディアン（中央値）を求める。データが全部で $\underbrace{\square\square}_{のは}0$ 個あるから、中央値は $\underbrace{\square\square}_{まみ}$ 番目のデータと $\underbrace{\square\square}_{むめ}$ 番目のデータを平均したものとなる。

$\underbrace{\square\square}_{まみ}$ 番目のデータは、「$\underbrace{\square}_{も}.0$ 〜 $\underbrace{\square}_{も}.9$」の階級の中では $\underbrace{\square\square}_{やゆ}$ 番目のデータであるので、以下の式で求めることができる。

$$\underbrace{\square}_{よ}.95+\frac{\underbrace{\square}_{ら}.\underbrace{\square}_{り}}{\underbrace{\square\square}_{るれ}}\times\underbrace{\square\square}_{やゆ}$$

同様に $\underbrace{\square\square}_{むめ}$ 番目のデータも求め、その 2 つのデータを平均すると中央値 $\underbrace{\square}_{ろ}.\underbrace{\square\square}_{わを}\cdots$ が求まる。

図 1 : 出題例

4. 実施の様子

これまでの統計学の講義は、講義の前半でその週の教育内容を教員が説明し、講義の後半で学生に全員同一の演習問題を解かせる形式であった。出席点を稼ぐためだけに講義室にやってくるものの、講義中はずっと居眠りしていたり漫画を読んでいたりするだけ、といった学生が少なくなかったが、100 人前後の出席者がいる講義では全ての学生に注意を払うことは不可能であった。出席点稼ぎだけを目的に出席する学生にも演習問題を解かせるため、自由書式の解答用紙を配布し「演習問題を解答用紙上で解かないと出席と認めない」としたこともあったが、他学生の解答を丸写しする学生が少なくなかった上、出席管理時 (講義後) に教員が採点する手間が一気に増え、すぐに破綻した。

この方式、即ち「総計」を見るだけで全問正解かどうかを判定でき、全問正解した学生はその場で帰れる方式を採用したところ、頑張れば早く帰れるという動機付けが強く働き、全学生が演習問題に非常にまじめに取り組むようになった。1 回目の採点で全問正解した学生が「すっげー気持ちいい!」などと叫びながら自分の席に戻ったりするので、学生にとっては「総計」という謎解きに挑戦しているような感覚があるものと思われる。逆に、些細な計算間違いで 1 箇所だけ誤っていた、などといった場合には学生は非常に悔しがり、2〜3 回連続して計算間違いをした学生は「先生、もう解く気がしないんだけど」などとつぶやくこともあるが、それでも途中で計算を放棄する学生は今まで出ていない。

採点は、全問正解者に対しては数秒で終わるが、そうではない学生に対しては、どこが間違っているかを指摘するために少々時間がかかる。そのため、問題の難易度にもよるが、100 人程度出席する講義の中で最大 25 人程度の採点待ち行列が発生する。しかし、全問正解者が多ければ採点がどんどん進むこともあり、採点待ち時間に関して学生から大きな不満を出されたことはない。

最大の問題は、講義時間内に最後まで問題を解くことが出来ない学生である。問題の難易度にも左右されるが、多いときには 100 人前後の出席者の中で 5 人程度の学生が最後まで到達できずに残ってしまう。こうした学生は、そもそも簡単な文章題から式を立てることができなかったり、簡単な 1 次方程式が解けなかったりすることが多く、統計学の講義だけでこの問題を解決することは難しい。「リメディアル教育」として、大学全体や学部全体の基礎学力向上の取り組みの中に位置づけられるべき問題であろう。

こ	さ	し	す	せ	そ	こ〜そ合計
た	ち	つ	て	と	な	た〜な合計
に	ぬ	ね	の	は	ひ	に〜ひ合計
ふ	へ	ほ	ま	み	む	ふ〜む合計
め	も	や	ゆ	よ	ら	め〜ら合計
り	る	れ	ろ	わ	を	り〜を合計

総計

図 2 : 解答用紙例