

事例ベース意思決定理論の教育内容の検討

伊藤史彦*1・高数学*2・新井一成*3
Email: m121626f@st.u-gakugei.ac.jp

- *1: 東京学芸大学大学院
- *2: 東京学芸大学
- *3: 東京学芸大学

◎Key Words 事例ベース意思決定理論, コンピュータ, 教育内容

1. はじめに

事例ベース意思決定理論(CBDT)は、Itzhak Gilboa と David Schmeidler によって、2001 年に *A Theory of Case-Based Decisions* として体系化された意思決定理論である。この理論は、従来、意思決定理論の主要理論として扱われてきた、期待効用理論(EUT)の問題点を解決する画期的な理論である。CBDT は、過去の事例に基づき決定をするという、帰納的推論に基づく意思決定を意思決定主体がすることを前提として定式化されたもので、意思決定理論の新しいパラダイムとなりうる。そのため、経済学、経営学、OR 等意思決定理論を基礎理論として持つ分野を専攻する大学生に教える必要があると思われる。しかし、広く知られているとは言い難い。そのため、本研究では CBDT を教えるにあたっての教育内容の考察を目的とする。そして、理論の教育内容の作成にあたっては、それを特徴づけるもの、すなわち本質を明らかにすることが重要である。よって、本研究では、はじめに CBDT の本質が類似度関数の使用であることを明らかにすることに議論を集中させる。次にそれを踏まえて、EUT と対比させながら、具体的な CBDT の教育内容を示す。最後に理論的理解をさらに深めるツールを作り、今後の応用への基盤を築く目的で、CBDT の PC 上でのプログラミング方法の構想を試みる。

2. 事例ベース意思決定理論の基本公式

CBDT の基本公式は次のように表される。

$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q)u(r_{ia})$$

$$U(b) = \sum_{(q,b,r) \in M} s(p,q)u(r_{ib})$$

上の式では、意思決定主体の選択肢が、 a と b に限られているときの、 $U(a)$ と $U(b)$ の値を求めている。意思決定主体は、 $U(a) > U(b)$ のとき選択肢 a を選び、 $U(b) > U(a)$ のとき選択肢 b を選ぶ。また、 $U(a) = U(b)$ のとき、選択肢 a と選択肢 b とは無差別である。

上記の式のとおり、意思決定主体は意思決定をする場面において、問題 p に直面していると考えられる。この直面している問題 p は、解決すべき問題や直面している

状況などを指した概念である。 M は意思決定主体の持つ記憶であり、問題 q 、行動 $a(b)$ 、結果 r の組み合わせである事例の集合である。 $u(r_{ij})$ は結果によって得た効用を表し、基数によって表される。そして、 $s(p, q_i)$ は直面している問題 p と過去に直面した問題 q_i の間の類似度であり、 $s(p, q_i) \rightarrow [0,1]$ である。

このとき、 $U(a)$ と $U(b)$ を求めるためのアルゴリズムは次のように表すことができる。

意思決定主体が記憶 M を持ち、 M は過去に経験した 5 つの事例

- case1(q_1, a, r_{1a})
- case2(q_2, a, r_{2a})
- case3(q_3, b, r_{3b})
- case4(q_4, b, r_{4b})
- case5(q_5, c, r_{5c})

から成り立っていたとする¹。意思決定主体の直面する問題は p であり、現在取りうる選択肢は a と b である。このとき、選択肢 c を選んだ case5 は無視する。過去に経験した問題 q_i 、類似度 $s(p, \cdot)$ 、選択肢 a 、選択肢 b の関係を整理すると次のような表にできる。

表 1: CBDT の問題、類似度、選択肢の関係

問題	類似度	選択肢 a	選択肢 b
q_1	$s(p, q_1)$	r_{1a}	
q_2	$s(p, q_2)$	r_{2a}	
q_3	$s(p, q_3)$		r_{3b}
q_4	$s(p, q_4)$		r_{4b}

$U(a)$ と $U(b)$ はそれぞれ次の式で算出される。

¹ q_i と q_j とは排反である必要はないものの、同値ではない。また、過去に経験した事例は意思決定主体が直接経験したものである必要はなく、見聞きしたものでよい。

$$U(a) = s(p, q_1)u(r_{1a}) + s(p, q_2)u(r_{2a})$$

$$U(b) = s(p, q_3)u(r_{3b}) + s(p, q_4)u(r_{4b})$$

である。このように $U(a)$ と $U(b)$ を算出するためには、類似度関数 $s(p, \cdot)$ は不可欠である。

3. 期待効用理論との比較

従来、主要な意思決定理論として扱われてきたのが、期待効用理論(EUT)である。CBDTの特異性をいう限り、CBDTとEUTとがどのような関係にあるのかについて、述べなければならない。EUTの基本公式は、次のように表される。

$$U(a) = \sum p_i u(x_{ia})$$

$$U(b) = \sum p_i u(x_{ib})$$

上の式では、意思決定主体の選択肢が、 a と b に限られているときの、 $U(a)$ と $U(b)$ の値を求めている。意思決定主体は、 $U(a) > U(b)$ のとき選択肢 a を選び、 $U(b) > U(a)$ のとき選択肢 b を選ぶ。また、 $U(a) = U(b)$ のとき、選択肢 a と選択肢 b とは無差別である。

選択肢 a を選び、状態 θ_i となったとき、 x_{ia} が起きる²。 $u(x_{ia})$ は x_{ia} が起きたときに得られる効用である。 p_i は状態 θ_i が発生する確率であり、 $p_i \rightarrow [0,1]$ である。また、 $p_1 + p_2 + \dots + p_k = 1$ である。

このとき、状態 θ_i 、確率 p_i 、選択肢 a 、選択肢 b の関係を整理して、 $U(a)$ と $U(b)$ を求めるためのアルゴリズムを整理すると次のようになる。

表2：EUTの状態、確率、選択肢の関係

	確率	選択肢 a	選択肢 b
状態 θ_1	p_1	x_{1a}	x_{1b}
状態 θ_2	p_2	x_{2a}	x_{2b}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
状態 θ_k	p_k	x_{ka}	x_{kb}

$U(a)$ と $U(b)$ はそれぞれ次の式で算出される。

$$U(a) = p_1 U(x_{1a}) + p_2 U(x_{2a}) + \dots + p_k U(x_{ka})$$

$$U(b) = p_1 U(x_{1b}) + p_2 U(x_{2b}) + \dots + p_k U(x_{kb})$$

である。

EUTに基づくアルゴリズムをCBDTに基づくアルゴリズムと比べると、CBDTの方が、意思決定に用いる要素が、意思決定主体のモデルの中により内部化されているのが分かる。

EUTでは、意思決定をする場面において、選択肢が a と b であること、状態が θ_i であること、各選択肢において x_{ij} が起ること、状態 θ_i となる確率は、 p_i で

² θ_i と θ_j とは排反であり、 $\theta_1 \cup \theta_2 \cup \dots \cup \theta_k$ は全事象。

あること、効用関数は $u(x_{ij})$ であることを与件として定めなければならない。

確かに、CBDTでも与件として定めておくべき要素がいくつかあるものの、それ以外の要素は意思決定主体のモデルの中に内部化されている。CBDTにおいて与件として定めなければならないのは、選択肢が a と b であること、意思決定主体が直面している問題が p であること、類似度関数が $s(p, \cdot)$ であること、効用関数は $u(r_{ij})$ であることである。一方、 $s(p, q_i)$ を求めるための q_i と、 r_{ij} は意思決定主体が内部化している記憶 M の中に事例の集合として組み込まれている。

EUTとCBDTとを比べると、CBDTでは、意思決定主体が与件として定めなければならない要素が節約されていることがわかる³。

このような意思決定主体が定めなければならない与件の節約を実現せしめたのが、類似度関数である。現在直面している問題を、過去の記憶とのアナロジーを用いて捉えることで、意思決定主体が定めなければならない要素を、意思決定主体があらかじめ持つ要素によって根拠づけることが可能になったのである⁴。

類似度関数は、主要な意思決定理論であったEUTとの差別化を可能にしたという観点からも、CBDTの本質的な概念といえる。

4. 事例ベース意思決定理論構築の過程

類推や事例を用いた推論システムの研究はこれまでもなされてきていたものの、CBDTそれ自体はGilboa-Schmeidlerの独自性が強い意思決定理論である。Gilboa-Schmeidlerが初めてCBDTについての論文を発表したのは1992年である。翌年のGilboa-Schmeidler[1993]では、消費者行動が類推によって行われていることに着目し、そうした消費者行動の説明にCBDTの類似度関数が活用されている。Gilboa-Schmeidlerが初期段階から類似度関数の応用に着目していたことは、CBDTの本質が類似度関数にあることを裏付けているといえよう。

5. 教育内容の検討

以上では、CBDTの本質が類似度関数にあることを明らかにしてきた。そのことをふまえて、本節では、CBDTの具体的な教育内容の検討を行う。検討にあたっては、はじめに、代表的な意思決定理論であるEUTの理解に必要な要素とは何かを考える。そして、それ

³ もちろん、意思決定主体そのものを含めた与件を作らなければならないモデル作成者の苦勞は依然大きいことは確かである。CBDTであれば、モデル作成者は意思決定主体の持つ記憶 M の中身を定めなければならない。しかし、ここでの節約とはモデルとして作成された意思決定主体そのものが持つ負担が節約されたことを強調していることに注意されたい。

⁴ 例えば、CBDTの場合、現在直面している問題と過去に直面した問題との間の類似度を求める時、過去に直面した問題のうちどの問題を想起すればよいのかは、選ぶう選択肢に依存する。

との対比から CBDT の理解に必要な要素を明らかにする。教育内容は、CBDT の理解に必要な一つ一つの要素の組み合わせによって成り立つ。

5.1 期待効用理論の理解

EUT の説明方法は代表的であるがゆえに、比較的典型化されている。そのため、理解の仕方も典型化されているといえる。EUT の理解には、①EUT で用いられる概念、②EUT の決定原理、③EUT における不確実性の表現方法、④EUT における意思決定主体の性向の表現方法、⑤EUT の公理、⑥EUT の応用方法、⑦動学化の方法、の理解が必要である。

①について、EUT で重要な概念は、選択肢、状態、確率、効用関数である。

②について、EUT の決定原理は期待効用最大化である。

③について、EUT では、確率が不確実性を表現する役割を果たしている。ある状態が起こる確率が $[0,1]$ の確率で表されることで、意思決定の際に直面せざるをえない不確実性が表現できているのである。

④について、EUT では、効用関数の形状が意思決定主体の性向を決定的に左右する。形状とは、効用関数のカーブの具合である。効用関数の形状は、リスク回避度として定式化され、リスク回避的である、もしくはリスク愛好的である、どのように表現される。

⑤について、EUT における選択は、反射律、推移律、完備性、連続性、そして、独立性の公理を満たさなくてはならない。EUT は公理化されていることで、現実の意思決定の科学的分析に耐えるのである。

⑥について、賭け事や資産投資など、選択肢や状態、確率、結果に基づく効用が比較的定めやすい問題に、EUT は応用しやすいという性質を持っている。それは予め状態、確率、選択肢を定めるといふ EUT そのものの定義ゆえである。

⑦について、EUT の場合には、確率の部分に意思決定ごとに徐々に変化していくという性質を持たせることが多い。これは、意思決定主体がある状態に、不確実性の指標として主観的な確率を持つという考えに基づく。この確率は意思決定して結果がでるごとに、ベイズ規則に基づいて更新される⁵。

5.2 事例ベース意思決定理論の理解

次に EUT の理解に必要な要素に対比させて、CBDT の理解に必要な要素を明らかにする。

①に対応させると、CBDT では、意思決定主体が直面している問題、選択肢、類似度(関数)、記憶の意味を理解しなければならない。

②に対応させると、CBDT の決定原理は U 値最大化である。

③に対応させると、CBDT では、類似度が不確実性

を表現する役割を果たしているといえるであろう。ただし、不確実性の表現の仕方は大きく異なる。類似度は、直面している問題そのものの不確実性を表現しているわけではない。類似度は現在直面する問題と過去に直面した問題との間にある対応関係である。また、類似度の値は類似度関数によって定められる。

④に対応させると、CBDT 自体も効用関数を持っている。記憶に含まれる「過去に直面した問題、選択、結果」のうち、結果は効用関数に当てはめられ、効用値として算出される。しかし、CBDT の効用関数は EUT におけるような意思決定主体の性向をあらわす指標としての役割は果たさない。CBDT の意思決定主体の性向をあらわすものは、効用関数以外にも記憶や類似度関数などがあり、むしろ効用関数以外のものの方が意思決定主体の性向に与える影響は大きい。そのため、EUT と CBDT における効用関数の位置は大きく違っているといえる。

⑤に対応させると、CBDT の選択についての公理は、推移律、完備性、結合、連続性、多様性、事例に対する独立性、特定化、についての公理がある。これらの中には、意思決定主体の持つ記憶とかかわるものもあるので、CBDT の独自性の強いものも含まれる。ただし、公理化されているという点では、CBDT も EUT と同様に、現実の意思決定を科学的に分析する意思決定理論としての基準を満たしているといえる。

⑥に対応させると、CBDT の応用例は、戦争をするか否かなど非常に複雑な意思決定や、類推を用いる消費者選択などが挙げられる。CBDT が複雑な意思決定に応用できるのは、類似度関数と記憶を用いることで、結果や状態、選択が複雑な問題も、意思決定主体が処理しうる問題に置き換えることができるからである。

また、消費者行動のように、評判やあきなどに左右されやすい問題にも CBDT の応用は期待できる。

⑦に対応させると、CBDT の場合、記憶が学習や経験によって蓄積されるものとするので、動学化を果たすことができる。記憶は事例を付け足すことによって常に蓄積していくことが可能であり、記憶が増していくことによって、意思決定主体の意思決定が充実したものとなっていく。この点を踏まえると、CBDT はモデル自体に記憶という動学的性質を持つ概念を持つという点で、動学化に親和性が高い理論と呼ぶこともできる。

他に、CBDT には EUT にはない要素も持ち合わせているといえる。それは、認知的状況に配慮する視点である。EUT は意思決定主体が「あたかも」期待効用仮説に基づいて行動していると表現できることを主張する理論である。確かに、適切に選択や状態、確率、効用関数を適切に定めることで、EUT は様々な現実の意思決定を説明することができる。しかし、EUT では、意思決定主体が処理する問題が複雑になれば、当然定めるべき選択や状態、確率なども複雑になる。さらに、そのことは、設定の仕方によっては意思決定主体の情報処理能力を超えているのではないかと、意思決定主体の決定過程とは異なるのではないかとという批判を生むことになる。EUT はこれらの指摘に十分に対応するこ

⁵ EUT の確率は、1943 年の Neumann-Morgenstern による定式化では、状態そのものに割り振られるものとされたが、1954 年の Savage による定式化で意思決定主体が状態に対して主観的に割り振るものとされた。これにより、ベイズ規則を用いて、確率が変化することが許容されたのである。

とができずとは限らず、できたとしても、選択や状態、確率、効用関数などを調整することである。

一方、CBDT は、意思決定主体の認知的状況への配慮をモデルの作成者に促す。CBDT が用いる類推という推論方法は、複雑な問題に直面した意思決定主体の認知的状況を踏まえたものである。言い換えれば、CBDT には、意思決定モデルと、意思決定主体の実際の問題のとらえ方、意思決定主体が取りこまれている世界の見方とが折り合っているのかという、意思決定モデルの認知的妥当性を考慮する回路が含まれている。CBDT を理解するためには、CBDT が認知的妥当性を考慮するものであることも理解しなければならない。そして、定めた類似度関数や記憶が意思決定主体の認知的状況にマッチしているか検討しなければならない。

5.3 教育内容の整理

以上、EUT と CBDT の理解それぞれに必要な要素を検討した。それを踏まえて、EUT、CBDT それぞれの教育内容を項目ごとに整理すると次のように表せる。

表 3：EUT と CBDT の教育内容

	EUT	CBDT
概念	選択、状態、確率など	選択、問題、類似度など
不確実性	確率	類似度
決定原理	期待効用最大化	U 値最大化
効用関数	性向を表す	記憶の中の過去の結果に対応する
公理	推移律、独立性など	推移律、結合など
応用	賭け事、資産投資など	複雑な意思決定、消費者行動など
動学化	ベイズ規則など	記憶の蓄積など
認知的妥当性	あたかも EUT に従うよう行動する	意思決定主体の認知的状況を問う。類似度関数や記憶を調整する。

EUT と対比させることで、CBDT の特徴が浮かび上がってくる。そして、CBDT の理解に必要な要素も明確になる。CBDT は類似度関数を持つことで、意思決定主体が意思決定をするときに直面する不確実性に大きな質的転換を迫った。さらに認知的妥当性について問う視点が得られた。前節では、CBDT の理解に必要な要素を整理するために、EUT と CBDT との対比を行ったが、実際に CBDT の内容を教育する場合も、EUT と対比との対比を用いるのが望ましいと考えられる。なぜなら、両者を対比することで、CBDT そのものの特徴が浮かび上がるとともに、現実の意思決定を分析をするときに、どのようなモデルが適切であるのか、検討することにつながるからである。そして、意思決定理論の性質や意思決定理論の分析への応用方法についての理解も深まるであろう。

6. コンピュータ上でのプログラミング

CBDT が、動学化への親和性が高い理論であることは先に述べた。複雑な意思決定の動学過程を表現する

には、PC 上でのシミュレーションを用いると効果的である。なぜなら、迅速に計算でき、表現の幅が広がるからである。また、意思決定の順序を明示できるので学習者の理解を深めることも期待できる。PC に載せるためには、そのプログラムを作らなければならない。よって、ここでは、CBDT をプログラミングするためのアルゴリズムの概要を示す。意思決定の順序をアルゴリズムとして明示することができるので、CBDT の学習者も CBDT の仕組みの理解を深めることができる。

CBDT のプログラミングしたときのアルゴリズムの概要を示したものが、図 1 である。

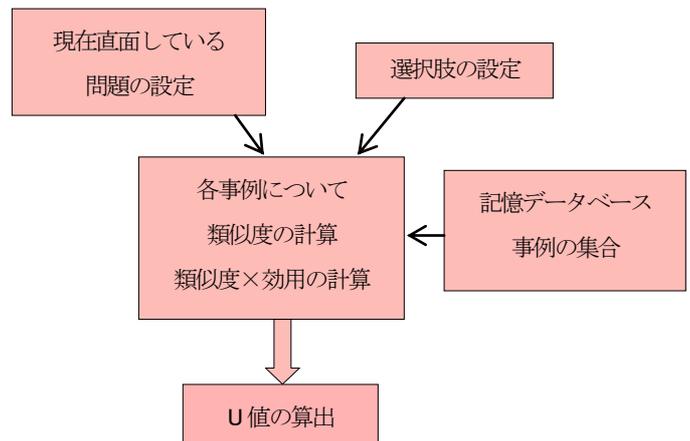


図 1：CBDT のアルゴリズム(構想)

類似度の計算には、コサイン類似度など定式化された計算方法がいくつかある。使用するプログラミング言語には Ruby などの一般的なオブジェクト指向プログラミングで可能と思われる。

7. おわりに

以上、CBDT の本質が類似度関数の使用にあることを明らかにしてきた。そして、EUT との対比から、CBDT の理解に必要な要素と具体的教育内容を示した。それにより CBDT の特徴が、類似度が確率とは質的に異なる方法で不確実性を表現している点、動学化に親和性を持つ点、認知的妥当性を考慮する点に求められることを明らかにした。そして最後に、CBDT を PC 上でプログラミングするためのアルゴリズムの概要を示した。

CBDT の教育内容は、従来の意思決定理論とは質的に異なる方法で、不確実性や意思決定の仕組みを表すことを可能にした類似度を中心として、CBDT を構成する要素の組み合わせから成り立つ。そして、CBDT の教育内容は、理論自体の革新性故に、学習者の意思決定理論の理解をさらに深い水準にまで導くのである。

参考文献

- (1) Gilboa, I, Schmeidler, D, (2001), *A Theory of Case-Based Decisions*, Cambridge University Press, 浅野貴央ら訳(2005)『決め方の科学：事例ベース意思決定理論』勁草書房
- (2) Gilboa, I, Schmeidler, D, (1993), *Case-Based Consumer Theory, Discussion paper*, Northwestern University(Evanston,III), Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, no.994.
- (3) 松原望(2005, 2001)『シリーズ意思決定の科学(1)：意思決定の基礎』, 朝倉書店