

非確率的意思決定の教育内容の検討 - シミュレーションを中心に -

伊藤史彦*1・高数学*2・新井一成*3
Email: m121626f@st.u-gakugei.ac.jp

- *1: 東京学芸大学大学院
*2: 東京学芸大学
*3: 東京学芸大学個人研究員

◎Key Words 意思決定理論, 事例ベース意思決定理論, コンピュータ・シミュレーション

1. はじめに

本研究は、学習者が「各意思決定理論の性質を理解しつつ、意思決定理論を特定の経済現象の説明に応用する」方法を理解することのできる、非確率的意思決定理論に関する教育内容を検討するものである。

意思決定理論とは、合理的選択の方法を示すものである¹。そのため、意思決定理論は経済学において、個々の経済主体の選択行動のモデルを示すのに用いられ、個々の経済主体の選択行動の集約としての経済現象をモデル化するのに用いられる。

伝統的な意思決定理論には、確率が用いられてきた。代表的なものには、期待効用理論(以下、EUT)があり、さらには、確率を用いつつ、EUTを一般化した意思決定基準もある。他方、事例ベース意思決定理論(以下、CBDT)という、確率を使わない、非確率的意思決定理論がある。CBDTは確率に依らず、合理的な意思決定を結果としてもたらす理論であり、画期的である。ただし、この理論は新規のものであるが故に参考文献、教科書、教材などがほとんどない。ここに、教育の果たすところが大きい。そこで本研究は、学習者が、「確率的方法と非確率的方法の両方を含んだ意味での合理的選択の方法を理解しつつ、意思決定理論を特定の経済現象の説明に応用する」方法を理解することのできる、非確率的意思決定理論に関する教育内容を検討する。学習内容には、確率的意思決定理論と非確率的意思決定理論との対比、事例学習、意思決定理論のシミュレーションへの応用を盛り込む。また、教育対象は、経済学、経営学、OR等を専攻する大学生とする。

2. 意思決定理論の現代的展開

2.1 概要

本節では、EUT及び、EUTの一般化としてのプロスペクト理論、及びCBDTについて説明する。

2.2 期待効用理論

本節では、EUTの概説を行う。選択枝 $\alpha = \{a, b\}$ が与えられているとき、EUTの基本モデルは

$$U(\alpha) = \sum p_i u(x_{i\alpha}) \quad (1)$$

¹ 本研究では、合理性を確率的方法と非確率的方法の両方を含む、広い意味で用いる。

と表せる。 $U(\alpha)$ は期待効用を表す。EUTに従う意思決定主体は、 $U(\alpha)$ が最大となる選択枝を選ぶ。選択枝 α を選び、確率 p_i で状態 θ_i が発生したとき、結果 $x_{i\alpha}$ から効用 $u(x_{i\alpha})$ が得られると定義する。なお、前提として

(1) $u(\cdot)$ は単調増加する関数であり、効用は数である

(2) $p_i \rightarrow [0,1]$, $p_1 + p_2 + \dots + p_k = 1$

(3) θ_i と θ_j とは排反で、 $\theta_1 \cup \theta_2 \cup \dots \cup \theta_k$ は全事象とする。このとき、期待効用 $U(a)$ と $U(b)$ を求めるための手順を整理すると、次のようになる。

表1: EUTの状態、確率、選択枝の関係

	確率	選択枝 a	選択枝 b
状態 θ_1	p_1	x_{1a}	x_{1b}
状態 θ_2	p_2	x_{2a}	x_{2b}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
状態 θ_k	p_k	x_{ka}	x_{kb}

$$U(a) = p_1 u(x_{1a}) + p_2 u(x_{2a}) + \dots + p_k u(x_{ka})$$

$$U(b) = p_1 u(x_{1b}) + p_2 u(x_{2b}) + \dots + p_k u(x_{kb}) \quad (2)$$

またEUTには、完備性、連続性、推移性、独立性という4つの観察可能な公理が定められている。4つの公理に従っているとき、意思決定主体があたかもEUTに従っているかのように選択している、とみなしてよい。

2.3 プロスペクト理論

本節では、プロスペクト理論の概説を行う。EUTはシンプルであり、使いやすい理論であるため、経済理論の基礎理論としてよく使われる。しかしながら、先に挙げた独立性公理に従わない行動が多くの人々に見られる(Allasiのパラドクス)など、必ずしも人々はEUTに従って行動選択しているとは限らない、という問題点が指摘されている。そうしたEUTへの批判を踏まえて作成されたのが、プロスペクト理論である。

プロスペクト理論は主に二つの要素から成り立っている。第一は、EUTの前提(2)を修正するために導入された、確率加重関数である。確率加重関数では、確率に重み付けをすることによって、人がしばしば、確率1に近い範囲での確率の上昇を過大に評価し、確率が0に近い範囲での確率の違いを過小に評価すること定式

化したものである。確率加重関数を導入することで、Allaisのパラドクスを回避することができる。

第二は、EUTの前提(1)を修正した価値関数である。価値関数は、人がしばしば、ある基準点をもって損得を判断したり、ある量の利得よりも同量の損失の方をより大きく見積もることを定式化したものである。損得を分ける基準点は、参照点と呼ばれ、参照点が表すものは、現状で持つ利得の水準でも、意思決定主体が希求する利得の水準でもよい。価値の意味するところは、効用と同じであるものの、水準の測り方が異なる。EUTで用いられる効用関数の場合、どのような利得の水準のとき、効用が正の値もしくは負の値になるか、ということは明示されていない。他方、価値関数における価値は、参照点と比べたときの相対的な水準を表している。そのため、利得の水準が参照点に一致する時、価値は0となり、参照点を超えるとき価値は正の値をとり、下回るとき価値は負の値をとる。確率加重関数と価値関数のグラフは図1,2のように表せる。

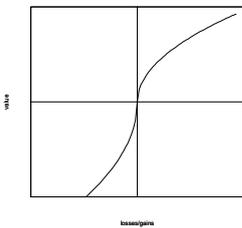


図1：価値関数

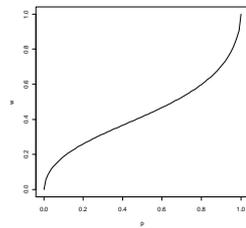


図2：確率加重関数

プロスペクト理論に従う意思決定主体は、選択肢 $\alpha = \{a, b\}$ が与えられているとき、次の計算を行い、 $V(\alpha)$ が最大となる選択肢を選ぶ。

$$\begin{aligned} V(a) &= w(p_1)v(x_{1a}) + w(p_2)v(x_{2a}) + \dots + w(p_k)v(x_{ka}) \\ V(b) &= w(p_1)v(x_{1b}) + w(p_2)v(x_{2b}) + \dots + w(p_k)v(x_{kb}) \end{aligned} \quad (4)$$

2.4 事例ベース意思決定理論

本節では、CBDTの概説を行う。選択肢 $\alpha = \{a, b\}$ が与えられているとき、CBDTの基本モデルは

$$U(\alpha) = \sum_{(q, a, r) \in M} s(p, q)[u(r_{\alpha}) - H_M], \quad (5)$$

と表せる。CBDTに従う意思決定主体は、 U 値が最大になる選択肢を選ぶ。式(5)では、意思決定主体は意思決定する場面において、問題 p に直面していると考えられる。この直面している問題 p は、解決すべき問題や直面している状況などを指した概念である。 M は意思決定主体の持つ記憶であり、問題 q 、行動 a (b)、結果 r の組合せからなる過去の事例の集合である。いわば、意思決定主体の経験である。 $u(r_{ij})$ は結果によって得た効用を表し、 $u(\cdot)$ は単調増加な関数であって、効用は数である。そして、 $s(p, q_i)$ は直面している問題 p と過去に直面した問題 q_i との間の類似度であり、 $s(p, q_i) \rightarrow [0, 1]$ である。 H_M は満足度の基準ないし希

求する水準を表し、アスピレーションレベルと呼ばれる。 U 値を計算する時点でのアスピレーションレベルが正の場合、過去のある事例で得た効用 $u(r_{ij})$ は、 $[u(r_{ij}) - H_M]$ に変換されて、 U 値計算に用いられる。このときの、 $U(a)$ と $U(b)$ を求める手順は以下に示す。

意思決定主体が記憶 M を持ち、 M は過去の5事例 $\text{case1}(q_1, a, r_{1a})$ $\text{case2}(q_2, a, r_{2a})$ $\text{case3}(q_3, b, r_{3b})$ $\text{case4}(q_4, b, r_{4b})$ $\text{case5}(q_5, c, r_{5c})$

から成るとする。意思決定主体の直面する問題は p であり、現在取りうる選択肢は a と b である。このとき、選択肢 c を選んだ case5 は無視する。過去に直面した問題 q_i 、類似度 $s(p, \cdot)$ 、選択肢 a 、選択肢 b の関係を整理すると次のような表にでき、 $U(a)$ と $U(b)$ はそれぞれ式(7)で算出される。なお、選択した結果 $U < 0$ となれば、別の選択肢に切り替えるルールがある。

表2：CBDTの記憶、類似度、選択肢の関係

	類似度	選択肢 a	選択肢 b
q_1	$s(p, q_1)$	r_{1a}	
q_2	$s(p, q_2)$	r_{2a}	
q_3	$s(p, q_3)$		r_{3b}
q_4	$s(p, q_4)$		r_{4b}

$$\begin{aligned} U(a) &= s(p, q_1)[u(r_{1a}) - H_M] + s(p, q_2)[u(r_{2a}) - H_M] \\ U(b) &= s(p, q_3)[u(r_{3b}) - H_M] + s(p, q_4)[u(r_{4b}) - H_M] \end{aligned} \quad (7)$$

2.5 意思決定理論の整理

前節で述べた現代的意思決定理論の展開を整理したとき、意思決定理論の性質の変遷は次のように示すことができよう。すなわち、EUTとプロスペクト理論とを対比すると、後者を展開するにあたって、確率が加重された確率へと修正され、また、効用の基準点が導入されたことが分かる。次に、プロスペクト理論とCBDTとの対比を行うと、効用の基準点を設けるといふ共通した概念を持つことと、CBDT独自の性質として経験が導入されていることが分かる。

以上の説明を表にすると、次のように書ける。

表3：現代的意思決定理論の展開

	確率	効用の基準点	経験
EUT	○	×	×
プロスペクト理論	△	○	×
CBDT	△	○	○

3. 意思決定理論における合理性の基礎

3.1 概要

本節では前節の整理の観点に沿って、意思決定理論における合理性の基礎を示す。意思決定理論の合理性は、理論が最良の選択行動を示せることの根拠となる。

3.2 確率の使用にみる合理性

意思決定をするときに、確率を用いることで実現する合理性には次のことが挙げられる。すなわち、ある

選択肢から得られる効用が一定の確率分布に従っているとき、その選択肢を複数回選んだ際に算出できる効用の平均値は、選択の回数を増やすにつれて、利得の期待値に等しくなる、ということを実証した上で、意思決定ができるということである。これにより、複数回同じ選択を行ったときに得られる効用の平均に関心を持つ意思決定主体は、実質的には、将来についてのあいまい性を回避しながら選択をすることができる。このとき、意思決定主体は確実な予測に基づいて意思決定できるので、意思決定の合理性が実現されている。

効用の平均値が効用の期待値に等しくなるのは、確率論の代表的な定理の一つ、大数の法則による。大数の法則とは、「多くの独立で同一な分布に従う確率変数の平均は、確率変数の期待値に確率 1 で収束する」という定理である。確率変数とは、確率 0.2 で 1 となり、確率 0.8 で 2 となる、といったように、一定の確率分布に従って値を出力する変数である。確率を用いて意思決定をするときの選択肢も、表 1 から分かるように確率変数とみなすことができるので、選択する回数を増やせば、効用の平均値が効用の期待値に等しくなる、といえる。例えば、次のようなケースを考えられる。

例) 確率 0.4 で効用 10、確率 0.6 で効用 20 を得られる選択肢 a を考える。このとき、選択肢 a から得られる効用は、確率 1 で効用 16、確率 0 で効用 0 となる選択肢 a' から得られる効用に等しいとみなしてかまわない。

上記の例が成立するのには次のような理由がある。仮に、選択肢 a を複数回選択し、一回目に 10、二回目に 20、三回目に 10、四回目に 20 という利得が得られたとする。このとき、一回目から三回目までの平均は、 $(40/3)=13.3$ 、一回目から四回目までの平均は、 $(60/4)=15$ となり、いずれも選択肢 a から得られる期待効用から乖離している。ただし、大数の法則が成立している下では、回数を増やすことによって、効用の平均は期待効用に確実に収束する。

ただし、上記の定理が成立するには、選択の前後で、選択から得られる利得が従う確率分布は一定である必要がある。また、確率を用いるときの問題点として、将来の状態や選択から得られる利得に関する確率分布が明示的に与えられていないとき、意思決定主体自身が確率を正しく割り当てることの困難さがある。

3.3 効用の基準点の使用にみる合理性

意思決定をするときに、効用の基準点を用いるで実現する合理性には次のことが挙げられる。すなわち、刻々と変化する状況の中で意思決定をすることを前提とした場合、意思決定主体が、自らの現状を踏まえて意思決定できる、ということである。意思決定主体が希求する水準が高く設定され、効用の基準点が高い水準にあるとき、現状において、既に選択した選択肢から得られる利得は小さく見積もられる。これにより、意思決定主体による試行錯誤が促される。一方、希求する水準が低く設定され、効用の基準点が低い水準にあるとき、現状において、これまで選択してきた選択肢に、意思決定主体は満足することになる。これによ

り、意思決定主体は、自らが納得できる選択肢を、必要以上の労力をかけずに効率的に選び取ることができ、よって、合理性が実現される。プロスペクト理論においては、参照点を決めるという手順が、刻々と変化する状況の中で、試行錯誤して最良の選択肢を見つけることを可能にしており、CBDT においては、利得がアスピレーションレベルを下回ったときは選択肢を変更し、上回ったら選択肢を変更しないという手順が、意思決定主体による試行錯誤を可能にしている。

3.4 経験の使用にみる合理性

意思決定をするときに、経験を用いることで実現する合理性には次のことが挙げられる。すなわち、経験を蓄積することによって、意思決定主体が納得できる選択肢を知ることができること、及び、一定の条件の下では、確率を用いる意思決定である期待効用最大化が導く選択肢と同じ選択肢を知ることができること、である。CBDT を用いた次のような例を考えよう。

例) 選択肢 a から得られる効用は、ある一定の確率分布に従っており、その期待効用は 5 であるとする。一方、選択肢 b から得られる効用も、何らかの一定の確率分布に従っており、その期待効用は 3 であるとする。当然 $5 > 3$ であるから、選択肢 a を選択した方が、長期的には高い効用が得られる。ただし、意思決定主体は確率分布を知らず、期待効用は自ら計算できないとする。しかし、アスピレーションレベル H_M が $5 \geq H_M > 3$ であるとき、意思決定主体は経験の蓄積を長期的に行うことで、 $U(a) \geq 0 > U(b)$ となることを知り、選択肢 a がよいことを学習することができる。

上記の例が成立する理由を説明しよう。選択肢 a (b) から得られる効用はある一定確率分布に従っているので、選択するごとに得られる効用は、 $[u(a) - H_M]$ 及び $[u(b) - H_M]$ は 0 以上となることも 0 未満となることもありうる。これにより、選択肢の切り替えが起こる。しかし、経験を蓄積していくにつれて、期待効用の水準により、 $[u(a) - H_M] > 0$ となる事例と、 $[u(b) - H_M] < 0$ となる事例が増えていくはずなので、 $U(a) \geq 0 > U(b)$ へと U 値が収束していく。これにより、意思決定主体は、自身の満足度の基準を満たすことができ、かつ期待効用最大化と同じ選択肢を知ることができる。アスピレーションレベルが適切な水準に定められている必要がある、という条件があるものの、意思決定主体にとって確率分布を知ることが困難なときは、経験を用いた意思決定は特に有効である。

3.5 非確率的意思決定理論にみる合理性

本節では、3.2~3.4 節までの説明を踏まえ、非確率的意思決定理論である、CBDT にみる合理性を整理する。

CBDT の合理性は、確率を用いずに、確率を用いたときと同等の合理性を持ち、かつ意思決定主体が納得できる選択肢を、適切な水準のアスピレーションレベルと経験の蓄積があれば示せること、に由来する。

CBDT では「最適化か満足化か」という従来の対立を止揚する一つの方法が、非確率、希求水準の設定、経験によって示されている。

4. 教育内容の検討

4.1 教育内容の項目

学習者が「各意思決定理論の性質を理解しつつ、意思決定理論を特定の経済現象の説明に応用する」方法を理解することのできる、非確率的意思決定理論に関する教育内容の必要項目を整理する。なお、3章の整理より、確率の使用、効用の基準点の使用、経験の使用、の3つにみる合理性、を検討することで、非確率的意思決定理論の成立過程や注目すべき性質について、意思決定理論に重要な合理性への考えを深めながら理解できることが示された。そこで教育内容は以下のような学習項目から構成すればよいと考えられる。

- (1)意思決定に確率がどのように役立つのかを理解する
- (2)意思決定に確率を用いることの問題点を理解する
- (3)将来のあいまい性に直面するとき、何を頼って意思決定をすればいいのか、考える
- (4)意思決定によって実現したい「よさ」を考える²
- (5)「よさ」の定式化の方法を考える。
- (6)非確率的意思決定の定式化の一例としてCBDTの基本モデルを理解する
- (7)非確率的意思決定の定式化の方法について、考える
- (8)非確率的意思決定理論の応用方法を理解する。

4.2 教育上の工夫

本節では、前節で示した各学習項目について、どのような教育上の工夫を行うかを示す。

- (1)：ルーレットでどの色を選択するか、といった確率を自然に割り当てられる意思決定問題を示す。
- (2)：代表性ヒューリスティックによって、誤って確率を割り当ててしまう意思決定問題を示す。
- (3)：進路など大きな決断をするとき、何を判断基準にするか、考えさせる
- (4)：賦存効果により、所有していない物よりも所有しているものにより高い値段をつける例を示す。
- (5)：効用関数や価値関数の妥当性について議論させる。
- (6)：例題を出し、実際にCBDTの U 値計算をさせる。
- (7)：EUT、プロスペクト理論とCBDTとを対比させる。
- (8)：コンピュータ・シミュレーションを使って、体験的な理解をさせる(詳細は5章で述べる。)

5. コンピュータ・シミュレーション

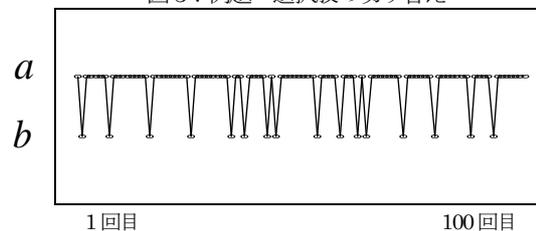
意思決定理論は、シミュレーションに活用することで、経済主体という個々の意思決定主体の決定の集約として成立している経済現象の振る舞いの説明に応用できる。実際に応用する場合は、実際の経済現象の振る舞いに近似するようなシミュレーション結果を導いて、そのときの各投資家の行動モデルのパラメータを特定する分析や、各投資家の行動モデルのパラメータの変化が、シミュレーションで表された経済現象の振る舞いにどのような変化をもたらすかを見る分析とい

ったボトムアップ式の分析手法をとることになる。

このような手順を単純化した作業を教育内容に盛り込むことは、非確率的意思決定理論の応用方法の理解に有効であると考えられる。そこで、「実際の現象の振る舞いから逆算して、意思決定主体がどのようなパラメータの下で意思決定をしているか」を明らかにするという、意思決定理論をシミュレーションに活用したボトムアップ式の分析手法を理解させるための課題の内、最も初歩的な課題を以下に示す。

問題) 選択肢 a から得られる効用は、 $[0,3]$ の一様分布に従っている。一方、選択肢 b から得られる効用は常に0.5である。このとき、ある水準のアスピレーションレベルが定められたCBDTに従う意思決定主体は、シミュレーション H_M により、次の図のような選択肢の切り替えを行うことが明らかになった。このときの H_M の値はいくつか。ただし、意思決定主体は、一つ前の事例だけを U 値計算に用いるとする。

図3：例題 選択肢の切り替え



答え:0より大きく3より小さい値は、全て正解である。

6. おわりに

確率、効用の基準点、経験の使用にみる合理性という観点に沿って、非確率的意思決定理論に関する教育内容を構築した結果、学習者が「各意思決定理論の性質を理解しつつ、意思決定理論を特定の経済現象の説明に応用する」方法を理解する教育内容を構築することができた。その根拠は、(1)非確率的意思決定理論を教育内容の中心に据えることで、既存の意思決定理論の合理性を相対化し、意思決定の合理性が何に由来するかを明らかにする学習項目を導入できたこと、(2)将来のあいまい性への対処法、意思決定によって実現する「よさ」の表し方、意思決定に必要な知識の表し方、という意思決定理論に不可欠な要素を示せる学習項目を導入できたこと、(3)(1)の学習項目、(2)の学習項目、及び確率に依らない代替的な意思決定理論の理解すること、非確率的意思決定理論を経済主体の行動モデルに活用し、経済現象の説明に役立てること、の四点が相互に結びつく学習手順を示せたこと、にある。

主要参考文献

- (1) Gilboa, I, 川越敏司ら訳：“意思決定理論入門”, NTT出版 (2012) (“*MAKING BETTER DECISIONS Decision Theory in Practice*”, Wiley&Sons (2011))
- (2) Gilboa, I, 松井彰彦訳：“合理的選択”, みすず書房,(2013) (“*Rational Choice*”, The MIT Press (2010))
- (3) Gilboa, I, and Schmeidler, D, 浅野貴央ら訳“決め方の科学事例ベース意思決定理論”, 勁草書房(2005) (“*A Theory of Case-Based Decisions*”, Cambridge University Press(2001))

² 「よさ」はEUTやプロスペクト理論での、効用、価値に相当する。