

多種ある数式自動採点システムの統一的解答入力の提案

白井詩沙香*1・福井哲夫*2

Email: shirai@mukogawa-u.ac.jp

*1: 武庫川女子大学生活環境学部生活環境学科

*2: 武庫川女子大学生活環境学部情報メディア学科

◎Key Words 数式入力, 数式自動採点システム, 数式処理システム

1. はじめに

現在, 数式自動採点システムは, 国内では主に大学で利用され, 数学教育研究者によって数学学習問題コンテンツの蓄積が進みつつある⁽¹⁾。既に STACK⁽²⁾, Math on Web⁽³⁾, Maple T. A.⁽⁴⁾ などいくつかの数式自動採点システムは国内の教育機関でリメディアル教育や数学の演習等に活用されている。大阪府立大学の Math on Web などはコンテンツを公開し, オンラインで利用可能である。今後, デジタル教科書の導入が進み, 高等学校においても利用が高まった場合, 教育機関毎に使用する数式自動採点システムが異なれば, 学習者もそれに合わせて数式入力方法を覚えなければならない。学習者が数学学習そのものに集中するためにも, システムを問わず統一的な解答入力インタフェースを提供することは重要である。

数式自動採点システムで活用されている数式入力方式は, 数式自動採点システムが正誤判定に利用している数式処理システム (以下, CAS) の文法に従って入力するものが一般的である。多種ある数式自動採点システムの数式解答入力方法が異なると, 学習者に混乱させる恐れがある。例えば, $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ を入力したい場合, STACK では Maxima の文法で “1/2(sqrt(x))”, Math on Web では Mathematica の文法に従って “1/(2*Sqrt[x])” と入力しなければならず, CAS に不慣れな学習者にとって負担となる。

上記の問題点に対する解決策として, 我々は MathTOUCH をその統一的解答入力インタフェースとして提案する。MathTOUCH とは 2011 年に著者の一人である福井が提案⁽⁵⁾した, 数式を読むようなスタイルの線形文字列から対話的に変換してデジタルデバイスに入力できるインタフェースである。2014 年には Maxima 形式で出力可能にしたことで, Moodle の問題タイプとして利用できる数式自動採点システム STACK との連携を実現した⁽⁶⁾。これにより, 学習者が解答の数式を入力する際に MathTOUCH を利用できるようになり, 評価実験の結果, 有用性を確認することができた。

本研究では, 多種ある数式自動採点システムで解答入力時に MathTOUCH を利用して数式入力ができるようにするために, 代表的な数式自動採点システムで利用されている数式処理システム Mathematica および Maple による出力機能を実装したので報告する。

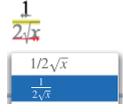
STEP 1 線形文字列	STEP 2 対話的変換	STEP 3 数式確定
1/2rootx		$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
数式記号のキーワードを読む順番に並べた文字入力	変換候補から所望の数式要素を選択	指定の形式で出力

図1 MathTOUCH による数式入力例

2. MathTOUCH の概要

2.1 MathTOUCH による数式入力手順

MathTOUCH による数式入力手順は, (STEP 1) 数式の線形文字列を, (STEP 2) 対話的に変換し, (STEP 3) 所望する数式として確定していくものである。線形文字列とは, 数式に表示されていない記号 (例えば, 暗黙積を表すアスタリスク記号や冪乗を表すキャレット記号など) は入力せず, 数式要素に対応するキーワードのみを読む順番に並べたもので, 曖昧性を残したまま入力できる。各要素の曖昧部分は, システムが左から順番に候補を提示し, インタラクティブに指示を受付け確定する。例えば, 先ほどの $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ を MathTOUCH で入力するには, 図1のSTEP1に示すように, まず始めに “1/2rootx (分母, 分子の順に “2rootxbunno1” と入力することもできる)” と入力する。次に, スペースキーを押して変換を開始すると, 入力文字列から構築できる数式一覧が表示される (図1のSTEP2)。変換時に表示される黄色のハイライトは変換対象を表しており, この例ではスラッシュ記号に黄色のハイライトがかかっている。また, 赤線はオペランドを示しており, 変換対象が演算子のときに表示される。変換候補を選択し, エンターキーで確定すれば指定形式で完成した数式を出力できる。

2.2 MathTOUCH のユーザビリティ評価

2014年にSTACKに実装したMathTOUCH(図2)を使い, 数式自動採点システムにおける有用性を検証するために, 数式入力の操作性⁽⁷⁾と数学学習時の満足度の調査⁽⁶⁾を行った。高校生から大学生までの男女121名を対象に行った操作性の評価では, 従来の数式自動採点システムの入力方式より有意に短い時間で数式入力ができ, 満足度を高めることができることが分かった。また,

大学生 84 名を対象にした STACK を使った 8 週間の数学学習時の満足度調査では、従来方式と変わらない習熟度で学習を進めることができ、入力方法の記憶のしやすさの点で満足度を改善できることを明らかにした。

3. Mathematica・Maple 形式出力機能の開発

本研究では、数式自動採点システムの統一的な解答入力インタフェースの選択肢のひとつとして、MathTOUCH を利用できるよう、Maxima に加え、新たに Mathematica と Maple 形式による数式表現を生成するモジュールを開発した。

まず、MathTOUCH によって構築された数式は、数式木データ構造によってメモリ上に内部記録される。数式木のノードは数式最小単位記号（数、変数など）であるか、演算子ノードを親とし、オペランド（最大 3 つ）を子とした階層構造によって作られる。一方、CAS の基本文法は、「演算コマンド」+「引数パラメタ」で構成される。変換アルゴリズムには、演算子に対する CAS コマンドとの対応テーブル辞書を作成し、演算子種別毎に処理を振り分けた。四則演算・冪乗演算・二乗根は演算子とオペランド式が 1 対 1 対応しており、変換は単純であるが、三角関数の冪乗・対数関数の底などは複数のオペランドを CAS に合わせた引数パラメタに整形する処理を行った。また、総和・極限・微分・積分は主変数の取り出しにパターンマッチング（例えば、 $\frac{df}{dx}$ の x が微積分変数と見なせる）によって行った。例外処理として、演算子でない変数 e を指数関数として別途処理している。また、線形代数にも対応できるように行列入力にも対応している。実際、表 1 に示す数式を開発したモジュールで、Mathematica および Maple 形式（表 1 第 3, 4 列目）に正しく変換できている。

4. 検討

本研究では、MathTOUCH を 3 種類の CAS 形式出力に対応させることで、多種ある数式自動採点システムの統一的解答入力インタフェースとして提案した。

図 2 のように、MathTOUCH は Stack においては組み込まれた形で実装されているが、他の数式自動採点システムでは外部アプリケーションとしてコピー&ペーストによる入力方法しか検証できていない。Mathematica 形式出力の検証として、Math on Web の微分問題ドリルの範囲で試したところ、正しく解答できることを確かめた。Maple 形式出力に関しては、Maple T.A. ではなく Maple のフロントエンドを利用し、表 1 に示したような数式に対して入力エラーがないことを検証できた。

ただし、MathTOUCH として入力できても CAS で扱えない表現（例えば、式同士の関係性表現など）もあり、制限がある。逆に微分表記の f' などは独立変数の情報が不足しているため x に限定的な対応しかできていない。扱える数学の範囲は高校数学 III までと行列表現の内、答えとして扱える数式に限られる。また、解答の式に総和・極限・微分・積分表現が必要かどうかは、数式処理計算を指示するコマンド表現でもあり、現時点ではそれを正誤判定する問題も不明である。さらに、大

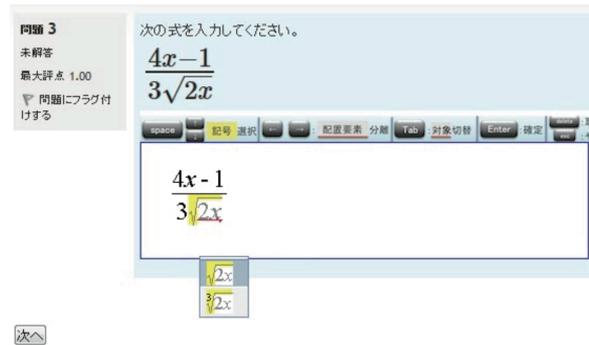


図 2 STACK に実装した MathTOUCH

表 1 MathTOUCH による出力例

数式例	入力文字列	出力結果	
		Mathematica	Maple
$5x^2 + 2$	5x2+2	(5*x^(2))+2	(5*x^(2))+2
$\sqrt{2}$	root2	Sqrt[2]	sqrt(2)
$\sin^2 x$	sin2x	Sin[x]^(2)	sin(x)^(2)
$\log_{10} x$	log10x	Log[10, x]	log[10](x)
$e^{\pi x}$	epx	Exp[Pi*x]	exp(Pi*x)
$\sum_{k=1}^n k^2$	sumk=1nk2	Sum[k^(2), {k, 1, n}]	sum(k^(2), k=1..n)
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{2}$	limx->1x/2	Limit[x/2, x->1]	limit(x/2, x=1)
$\frac{df}{dx}$	df/dx	D[f, x]	diff(f, x)
$\int_0^1 x(1-x)dx$	int01x(1-x)dx	Integrate[x*(1-x), {x, 0, 1}]	int(x*(1-x), x=0..1)

学数学に対してどこまで扱えるようにするかは、今後の課題である。

謝辞

本研究は JSPS KAKENHI Grant Number JP26330413 の助成を受けたものです。

参考文献

- (1) CIEC 研究会：“第 100 回研究会報告書”，CIEC 第 100 回研究会報告書，pp.1-6（2014）。
- (2) 中村泰之：“数学 e ラーニング 数式解答評価システム STACK と Moodle による理工系教育”，東京電機大学出版局（2010）。
- (3) 吉富賢太郎，川添充：“学習目標データベースを基盤とする数学到達度評価システムの開発”，教育システム情報学会研究報告，Vol.27, No.2, pp.113-118（2012）。
- (4) 樋口三郎：“数式入力による数学評価システム Maple T.A. を利用した理工系学部での基礎教育”，京都大学数理解析研究所講究録，Vol.1978, pp.72-78（2015）。
- (5) 福井哲夫：“数式のインテリジェントな線形入力方式”，京都大学数理解析研究所講究録，Vol.1780, pp.160-171（2012）。
- (6) 白井詩沙香，福井哲夫：数式自動採点システム STACK における数式入力方法の改善，コンピュータ&エデュケーション，Vol.37, pp.85-90（2014）。
- (7) 白井詩沙香，仲村裕子，福井哲夫：数式自動採点システムにおける数式入力インタフェースの提案と評価，情報処理学会論文誌，教育とコンピュータ，Vol.1, No.3, pp.11-21（2015）。